10 QUESTÕES PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

... E COMO O PISA PODE AJUDAR A RESPONDÊ-LAS

OCDE
POLÍTICAS MELHORES PARA UMA VIDA MELHOR

PISA

10 QUESTÕES PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

… E COMO O PISA PODE AJUDAR A RESPONDÊ-LAS

Esta tradução é publicada através de acordo com a OECD. Não é uma tradução oficial da OECD. A qualidade da tradução e sua coerência com a linguagem original do texto da obra são de responsabilidade unicamente do(s) autor(es) da tradução. Na eventualidade de qualquer discrepância entre o original e a tradução, apenas o texto original deverá ser considerado válido.

10 Questões para Professores de Matemática...e como o PISA Pode Ajudar a Respondê-las

Originalmente publicado pela OCDE em inglês sob o título:
Ten Questions for Mathematics Teachers…and How PISA Can Help Answer Them
© 2018 Instituto de Matemática Pura e Aplicada, IMPA para esta edição em português.

Primeira edição, janeiro de 2018
ISBN: 978-85-244-0444-3

Capa: Pablo Diego Regino

Tradução: Thiago Pandim

Este trabalho é publicado sob a responsabilidade da Secretaria Geral da OECD. As opiniões expressas e os argumentos empregados aqui não refletem necessariamente a visão oficial dos países membros da OECD.

Este documento e qualquer mapa aqui incluído não prejudicam o status ou a soberania sobre qualquer território, a delimitação das fronteiras e limites internacionais nem o nome de qualquer território, cidade ou área.

Os dados estatísticos para Israel são fornecidos por e sob a responsabilidade de autoridades israelenses competentes. O uso de tais dados pela OCDE não prejudica o status dos assentamentos de Golan Heights, Jerusalém Oriental e os assentamentos de Israel em West Bank sob os termos do direito internacional.

A Letônia não era membro da OCDE no momento da preparação desta publicação. Consequentemente, a Letônia não está incluída na média da OCDE.

As retificações às publicações da OCDE podem ser encontradas on line em: www.oecd.org/publishing/corrigenda

Distribuição:
IMPA & SBM
e-mail: ddic@impa.br ou lojavirtual@sbm.org.br
www.impa.br & www.sbm.org.br

Introdução: Um guia para professores sobre ensino e aprendizado de matemática

A cada 3 anos, uma amostra de estudantes de 15 anos ao redor do mundo faz uma avaliação conhecida como PISA, que objetiva medir quão bem seus sistemas de educação os prepararam para a vida após a educação obrigatória. PISA é a sigla para *Programme for International Student Assessment*. A avaliação, gerenciada pela OCDE, em parceira com centros nacionais e principais especialistas ao redor do mundo, é realizada em mais de 70 países e economias. Ela cobre matemática, ciência e leitura.

O PISA desenvolve testes que não são diretamente relacionados ao currículo escolar; eles avaliam a extensão até a qual os estudantes conseguem aplicar seus conhecimentos e habilidades a problemas da vida real. Em 2012, a avaliação focou em matemática. Os resultados forneceram uma comparação do que os estudantes de 15 anos de cada país participante conseguem ou não conseguem fazer quando solicitados a aplicar seus entendimentos de conceitos matemáticos relacionados a áreas como quantidade, incerteza, espaço ou variação. Como parte do PISA 2012, os estudantes também completaram um questionário pessoal no qual forneceram informações sobre si mesmos, sobre seus lares e escolas, sobre suas experiências na escola e, particularmente, em matemática. É a partir desses dados que os analistas do PISA são capazes de entender quais fatores podem influenciar o desempenho do estudante em matemática.

Enquanto muitos centros nacionais e governos tentam garantir que as escolas e professores participantes das avaliações recebam um *feedback* construtivo baseado nos resultados do PISA, a maior parte das principais mensagens publicadas nos relatórios do PISA não chegam de volta à sala de aula, aos professores que estão preparando os estudantes de seus países todo dia. Até agora.

Usando o PISA para apoiar professores de Matemática

O questionário pessoal do estudante do PISA buscou informações sobre as experiências dos estudantes em suas aulas de matemática, incluindo suas estratégias de aprendizado e práticas de ensino que eles disseram que seus

professores usaram. Essa informação, em conjunto com os resultados dos estudantes na avaliação de matemática, permite-nos examinar como certas estratégias de ensino e de aprendizado estão relacionadas à *performance* do aluno em matemática. Podemos nos aprofundar ainda mais nesses dados pessoais para observar relações entre outras características dos estudantes, como gênero, *status* socioeconômico, suas atitudes em relação à matemática e pretensões profissionais, para determinar se tais características podem estar relacionadas às estratégias de ensino e aprendizado ou desempenho. Os dados do PISA também possibilitam ver como o currículo é implementado em aulas de matemática ao redor do mundo, e examinar se a maneira como essas aulas de matemática são estruturadas varia dependendo dos perfis e habilidades dos estudantes.

Assim, o relatório pega as descobertas dessas análises e as organiza em dez questões abaixo listadas, que discutem o que sabemos sobre ensinar e aprender matemática ao redor do mundo – e como esses dados podem ajudar você nas suas aulas de matemática agora mesmo. As questões englobam estratégias de ensino, estratégias de aprendizado do aluno, abrangência do currículo e várias características do estudante, além de como elas se relacionam entre si e ao desempenho de quem aprende. Cada questão é respondida pelos dados e análise relacionada e concluída com uma seção chamada "O que os professores podem fazer?", fornecendo sugestões concretas e baseadas em evidências para ajudar você a desenvolver sua prática de ensino de matemática.

Você também encontrará alguns dados neste relatório do *Teaching and*

Questões incluídas neste relatório:

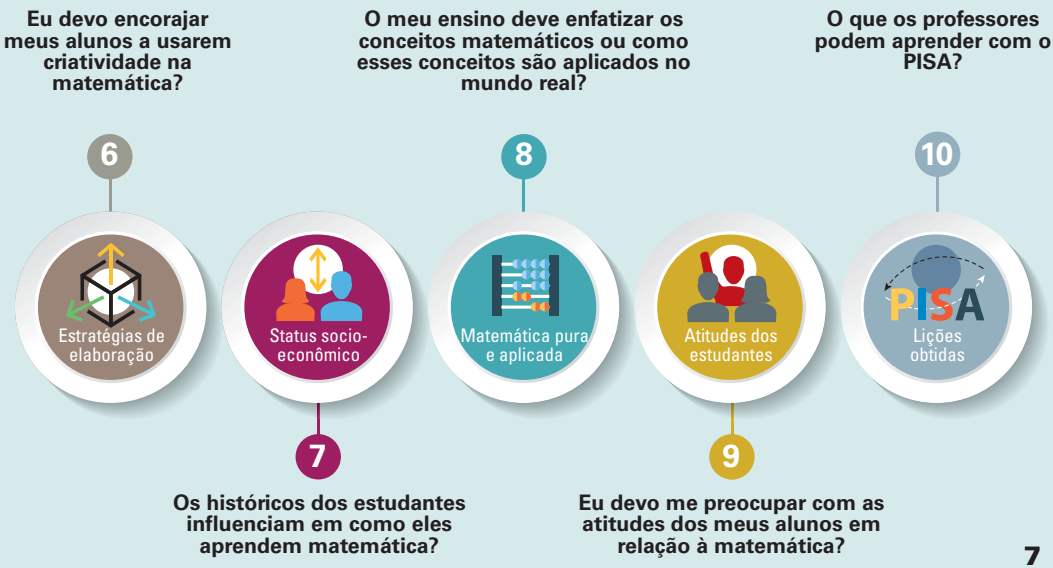


O QUE QUEREMOS DIZER POR ESTRATÉGIAS DE ENSINO E APRENDIZADO?

De maneira simples, estratégias de ensino referem-se a "tudo que os professores fazem ou devem fazer para ajudar seus alunos a aprenderem".[1] Também chamadas neste livro de práticas de ensino, elas incluem tudo desde planejar e organizar aulas, lições, recursos e avaliações até as ações e atividades individuais que os professores realizam durante seu ensino em sala de aula.[2]

Estratégias de aprendizado são os comportamentos e pensamentos que os alunos usam quando tentam completar variadas tarefas associadas ao processo de aprendizado de um novo conceito ou quando adquirem, armazenam, recuperam e usam informação.

Learning International Survey – TALIS, ou Pesquisa Internacional de Ensino e Aprendizado, em tradução livre. Essa pesquisa é conduzida pela OCDE e dela participaram 34 países e economias – e mais de 104.000 professores de ensino secundário inferior – em 2013 (professores de ensino secundário inferior lecionam para alunos de aproximadamente a mesma faixa etária dos estudantes que participam do PISA). O TALIS questionou professores sobre si mesmos, suas práticas de ensino e seus ambientes de aprendizado. Esses dados fornecem informação sobre como certos comportamentos ou estratégias de ensino podem influenciar você como professor. Em outras palavras, será que certas ações que você toma podem realmente melhorar



seus próprios sentimentos de autoconfiança ou sua satisfação com seu trabalho?

No final das contas

Lecionar é considerado por muitos uma das profissões mais desafiadoras, recompensadoras e importantes do mundo atualmente. Desse modo, professores estão sob constante pressão para melhorar o aprendizado e os resultados do aprendizado de seus alunos. Este relatório tenta dar a você dados e análises oportunas e relevantes que podem ajudá-lo a refletir sobre como você ensina matemática e sobre como seus alunos aprendem. Esperamos que você considere este relatório útil para o seu próprio desenvolvimento como professor de matemática.

Sobre os dados

As descobertas e recomendações deste relatório são baseadas em literatura de pesquisa acadêmica sobre educação de matemática, nos dados da avaliação PISA 2012, nos questionários distribuídos a alunos e diretores de escolas participantes e em outros dados de professores do TALIS 2013. Lembre-se de que as estratégias de ensino e aprendizado discutidas neste relatório não foram de fato observadas; os estudantes foram questionados somente sobre as práticas de ensino que eles observaram em seus professores atuais, e aos professores foi solicitado que relatassem as estratégias usadas. O PISA e o TALIS são estudos de seção transversal – dados são coletados em um ponto específico no tempo – e não descrevem (nem devem descrever) causa e efeito. Por essas razões, as descobertas devem ser interpretadas com cuidado.

A média do OECD é a média aritmética de 34 países da OECD: Austrália, Áustria, Bélgica, Canadá, Chile, República Tcheca, Dinamarca, Estônia, Finlândia, França, Alemanha, Grécia, Hungria, Islândia, Irlanda, Israel, Itália, Japão, Coreia, Luxemburgo, México, Países Baixos, Nova Zelândia, Noruega, Polônia, Portugal, República Eslovaca, Eslovênia, Espanha, Suécia, Suíça, Turquia, Reino Unido e Estados Unidos. A Letônia aderiu ao OECD em 1º de julho de 2016. Ela não está incluída na média da OECD.

Reconhecimentos

Esta publicação foi escrita por Kristen Weatherby, baseada na pesquisa

e análise de Alfonso Echazarra, Mario Piacentini, Daniel Salinas, Chiara Monticone, Pablo Fraser e Noémia Le Donné. Giannina Rech forneceu suporte analítico e editorial para este relatório. Judit Pál, Hélène Guillou, Jeffrey Mo e Vanessa Denis forneceram apoio estatístico. Esta publicação foi editada por Marilyn Achiron, e a produção foi supervisionada por Rose Bolognini. Andreas Schleicher, Montserrat Gomendio, Yuri Belfali, Miyako Ikeda e Cassandra Davis forneceram assistência e orientação inestimáveis.

[1] Hatch, E., e C. Brown (2000), *Vocabulary, Semantics and Language Education*, Cambridge University Press, Cambridge.

[2] Dansereau, D. (1985), *"Learning Strategy Research,"* em J. Segal, S. Chipman e R. Glaser (eds.), *Thinking and Learning Skills*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey.

1

Quanto eu devo direcionar o aprendizado do meu aluno nas minhas aulas de matemática?



A visão tradicional de uma sala de aula que existiu por gerações em escolas ao redor do mundo consiste em alunos sentados em carteiras, escutando passivamente, enquanto o professor fica na frente da sala e leciona ou demonstra algo no quadro-negro. O professor preparou a aula, sabe o conteúdo que deve cobrir e passar para os alunos, que devem absorver aquele conteúdo e aplicá-lo em suas lições de casa ou em uma prova. Esse tipo de instrução "direcionada pelo professor" pode também incluir seminários, resumos de lições ou períodos de perguntas e respostas conduzidos pelo professor. Essa forma de ensino não necessariamente limitada à matemática é uma estratégia de ensino que todos já experimentaram como aluno ou como professor uma vez ou outra.

Há décadas, especialistas em educação têm encorajado dar aos estudantes mais controle sobre seu próprio aprendizado; portanto, estratégias de ensino direcionadas pelo aluno estão cada vez mais encontrando seu espaço em salas de aulas de todas as disciplinas. Como o nome indica, estratégias de ensino direcionadas pelo aluno colocam o estudante no centro da atividade, dando a eles um papel mais ativo do que em estratégias tradicionais direcionadas pelo professor. Essas estratégias de ensino direcionadas pelo aluno podem incluir atividades como passar para os alunos projetos que podem levar uma semana ou mais, para que eles o façam em pequenos grupos através dos quais devem trabalhar juntos para resolver um problema ou completar uma tarefa.

Qual tipo de estratégia de ensino está sendo usada para ensinar matemática nas escolas ao redor do mundo? E qual os professores deveriam estar usando? Dados indicam uma prevalência de métodos direcionados por professores, mas decidir como ensinar matemática não é tão simples quanto escolher entre uma estratégia ou outra. Professores precisam considerar tanto o conteúdo quanto os alunos quando escolherem a melhor estratégia de ensino para suas aulas de matemática.

Onde o ensino de Matemática se encaixa dentro do debate sobre aprendizado direcionado por professores vs. aprendizado direcionado por alunos?

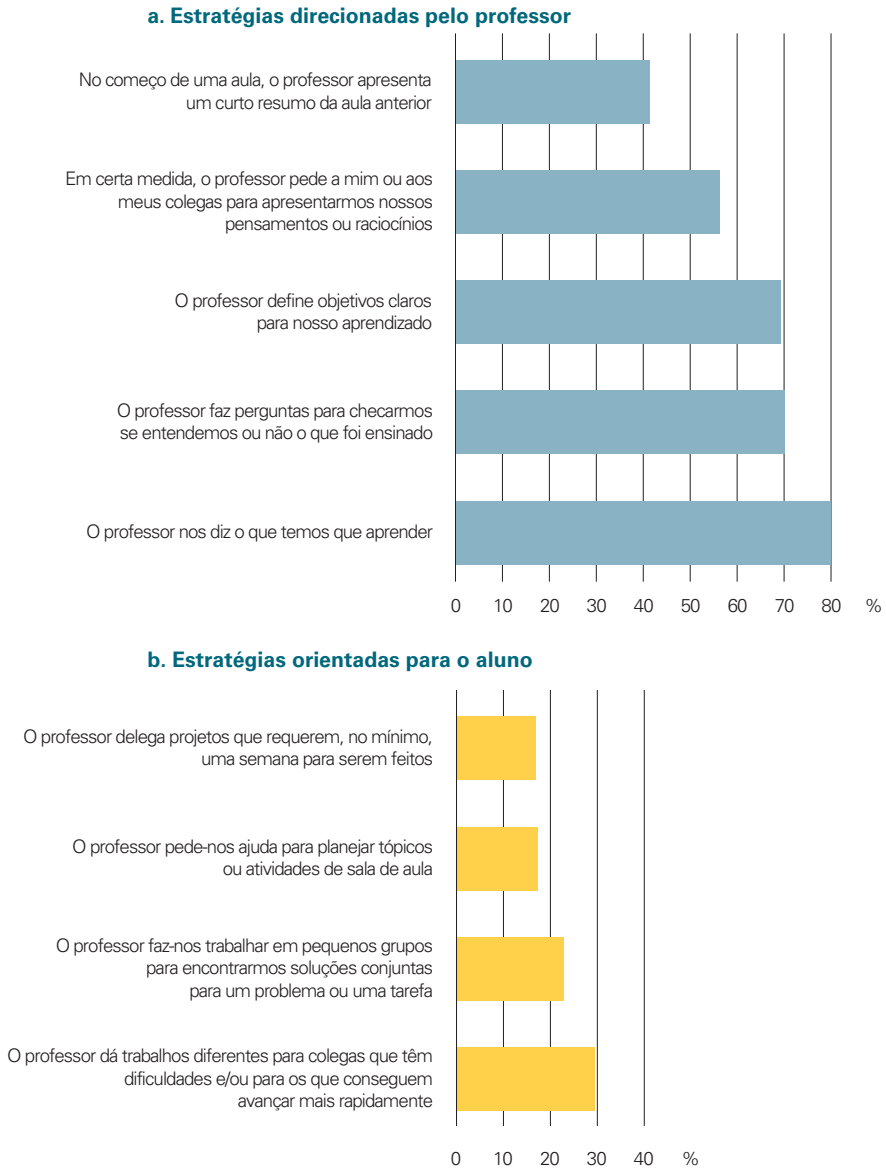
No PISA, alunos foram questionados sobre a frequência com a qual seus professores usam estratégias direcionadas por alunos ou direcionadas por professores nas suas aulas. Os resultados indicam que atualmente as práticas direcionadas por professores são amplamente usadas. Por exemplo, dos

países OECD, oito de cada dez estudantes relataram que seus professores lhes dizem o que devem aprender em cada aula, e sete de cada dez estudantes têm professores que fazem perguntas em todas as aulas para checar se os alunos entenderam o que estão aprendendo.

Por outro lado, a prática direcionada pelo aluno usada mais comumente pelos professores é delegar aos estudantes diferentes trabalhos baseados em suas habilidades, o que é normalmente chamado de instrução diferenciada. Entretanto, de acordo com os alunos, essa prática só é usada ocasionalmente, com menos de um a cada três estudantes nos países OECD relatando que seus professores usam-na frequentemente nas suas aulas. A Figura 1.1 mostra a frequência relatada das estratégias instrucionais em matemática direcionadas por professores e as direcionadas por alunos.

Figura 1.1 **Instrução direcionada pelo professor e orientada para o aluno**

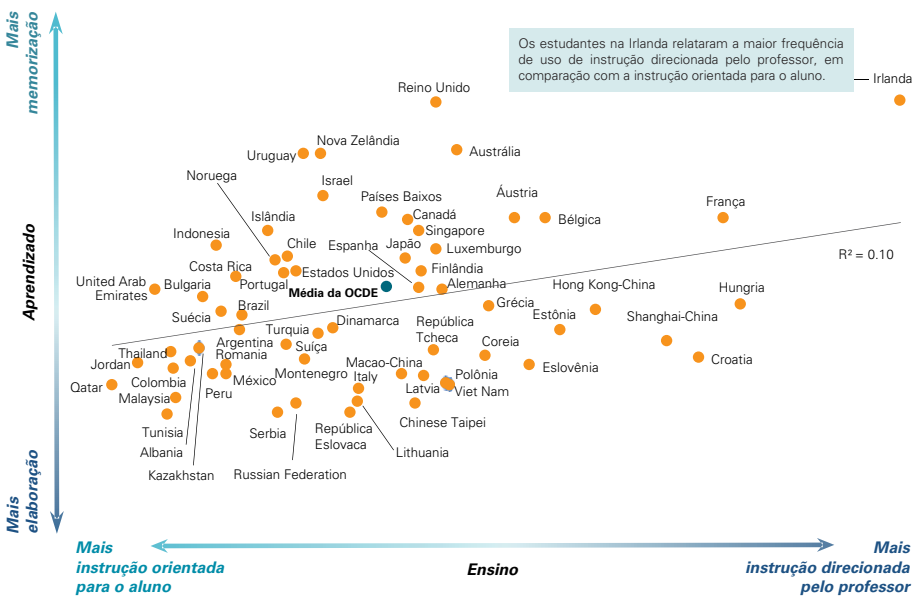
Percentual de estudantes que responderam "em todas as aulas" ou "na maioria das aulas", média da OCDE



Nota: A média da OCDE inclui todos os países membros da OCDE, com exceção da Letônia.
Fonte: OECD, PISA 2012 Database, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414750

A pesquisa do PISA também indica que alunos podem ser expostos a diferentes estratégias de ensino com base em seus *status* socioeconômico ou gênero. Por exemplo, garotas relataram ser expostas menos frequentemente a instrução orientada pelo aluno em aulas de matemática do que os garotos. Contudo, alunos menos favorecidos, que são do um quarto inferior da distribuição socioeconômica de seus países, relataram uma exposição mais frequente a essas estratégias do que alunos mais favorecidos. Os professores podem ter motivos para lecionar aulas específicas da maneira como o fazem; e outros fatores, como a motivação do aluno ou comportamento inadequado, podem também ser importantes. Idealmente, entretanto, todos os alunos devem ter a oportunidade de serem expostos a algumas estratégias orientadas por alunos, independentemente de seu gênero ou *status* social. Ademais, considerando um país em sua totalidade, quanto mais frequentemente a instrução direcionada pelo professor é usada em comparação com a instrução direcionada pelo aluno, mais frequentemente os alunos aprendem usando estratégias de memorização (Figura 1.2).

Figura 1.2 **Como os professores ensinam e como os estudantes aprendem**

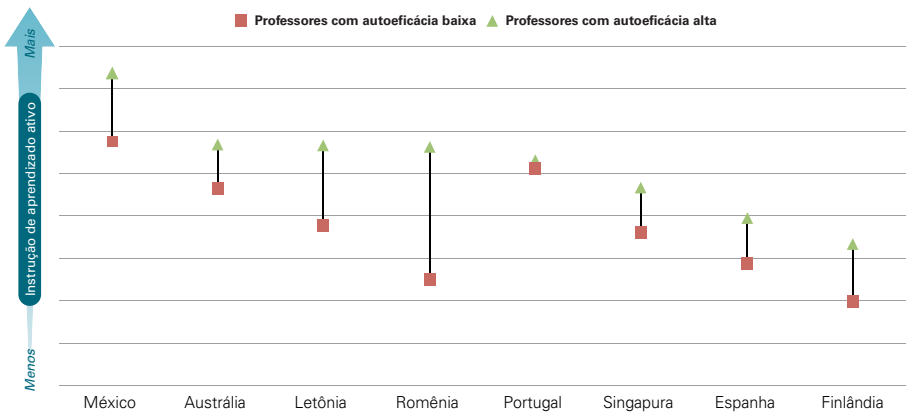


Fonte: OCDE, Base de Dados do PISA 2012.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414765

Quais professores usam práticas de ensino de aprendizado ativo em Matemática?

O estudo TALIS questionou professores de matemática em oito países sobre suas práticas de ensino regulares. O estudo incluiu quarto práticas de aprendizado ativo que se sobrepõem em grande parte às práticas orientadas por alunos: colocar estudantes em pequenos grupos, encorajar os alunos a avaliarem seus próprios progressos, delegar aos alunos projetos longos e usar ICT (sigla em inglês para "tecnologias de informação e comunicação") para atividades em sala. Em muitas pesquisas e estudos, tem se mostrado que essas práticas têm efeitos positivos no aprendizado e motivação do aluno. Os dados do TALIS mostram que professores que são confiantes em suas próprias habilidades tendem a se envolver mais com práticas de aprendizado ativo. De certo modo, essa é uma descoberta lógica, uma vez que as práticas ativas podem ser consideradas como mais "arriscadas" do que métodos direcionados por professores. Pode ser desafiador usar ICT em suas aulas ou colocar alunos para trabalhar em grupos se você não estiver confiante quanto às suas habilidades necessárias em pedagogia, conteúdo e gerenciamento de sala de aula.

Figura 1.3 **Como a autoeficácia dos professores está relacionada ao uso de instrução de aprendizado ativo**

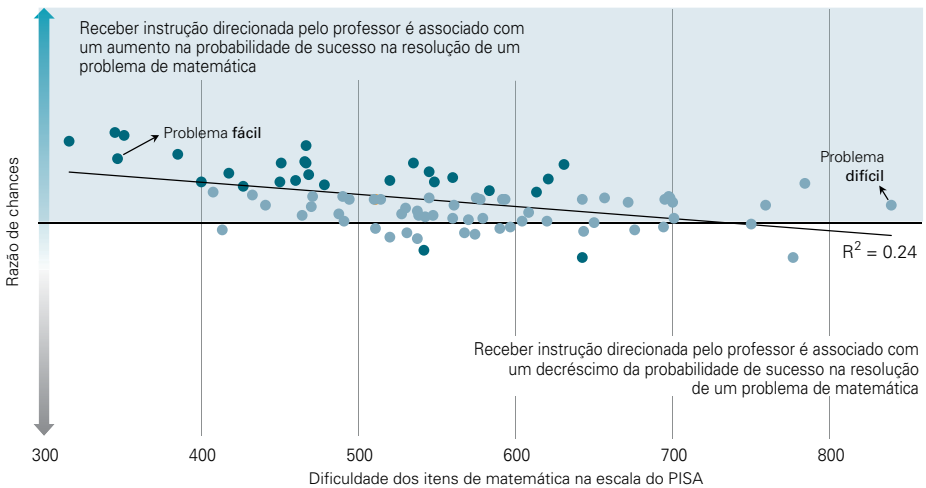


Notas: Todas as diferenças são estatisticamente significativas, exceto em Portugal e Singapura.
Professores com alta/baixa autoeficácia são aqueles com valores acima/abaixo da média do país.
O *índice de instrução de aprendizado ativo* mede a extensão com a qual os professores usam "tecnologias de informação e comunicação na sala de aula", deixam "os alunos avaliarem seus próprios progressos", trabalham com "os alunos em pequenos grupos para descobrirem uma solução conjunta para um problema" ou encorajam os estudantes a trabalharem em projetos longos.
O *índice de autoeficácia* mede a extensão até a qual os professores acreditam em suas próprias habilidades em controlar comportamento perturbador, em dar instrução e fomentar o envolvimento do estudante.
Os países são ranqueados em ordem decrescente da frequência com a qual os professores com alta autoeficácia usam instrução de aprendizado ativo.
Fonte: Base de dados da OCDE, TALIS 2013.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414779

Como uma variedade de estratégias de ensino podem beneficiar o desempenho do estudante?

Olhando para as notas médias dos alunos em matemática na avaliação do PISA, ao lado de suas exposições às estratégias de ensino discutidas neste capítulo, outra razão para utilizar variadas estratégias de ensino emerge. Primeiramente, vamos olhar para as práticas de ensino mais comumente usadas em matemática, ou seja, estratégias direcionadas pelo professor. Os dados indicam que, quando os professores direcionam o aprendizado dos alunos, os alunos levemente tendem a ser mais bem sucedidos nos problemas de matemática mais simples do PISA. Mas à medida que os problemas começam a ficar mais difíceis, os alunos com mais exposição à instrução direta deixam de ter uma maior chance de sucesso. A Figura 1.4 mostra a relação entre o uso de estratégias direcionadas pelo professor e o sucesso dos alunos nos problemas de matemática de variadas dificuldades.

Figura 1.4 **Instrução direcionada pelo professor e dificuldade do item**



Notas: As razões de chances mais significativas são marcadas com um tom mais escuro.
O Chile e o México não estão incluídos na média da OCDE.
Fonte: OECD, PISA 2012 Database, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414786

Portanto, assim como um método de ensino não é suficiente para lecionar para uma sala com estudantes de variados níveis de habilidade, uma única estratégia de ensino também não vai funcionar em todos os problemas matemáticos. Pesquisas anteriores sobre o ensino de matemática também corroboram essa afirmação, sugerindo que ensinar habilidades matemáticas complexas pode requerer estratégias instrucionais diferentes daquelas usadas para ensinar habilidades matemáticas básicas[1]. Pesquisas mais recentes reforçam tal argumento, afirmando que métodos de ensino mais modernos, como as estratégias de ensino orientadas por alunos, encorajam habilidades cognitivas diferentes nos estudantes[2].

Alguns países como a Singapura, por exemplo, estão levando essa pesquisa a sério e estão desenvolvendo currículos de matemática que requerem dos professores o uso de uma variedade de estratégias de ensino (Caixa 1.1). Mas em vez de simplesmente eliminar os métodos mais tradicionais de ensino direcionado por professores, esses métodos devem ser usados em conjunto. Em outras palavras, os professores precisam de um variado conjunto de ferramentas para cumprir a vasta extensão de seus currículos de matemática e para ajudar seus alunos a avançarem dos problemas matemáticos mais rudimentares aos mais complexos.

[1] Schoenfeld, A.H. (1992), "Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics", em D. Grouws, (ed.) *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, New York, pp.334-370.
Schoenfeld, A.H. (ed.) (1987), *Cognitive Science and Mathematics Education*, Erlbaum, Hillsdale, New Jersey.

[2] Bietenbeck, J. (2014), "Teaching practices and cognitive skills", *Labour Economics*, Vol. 30, pp.143-153.

Caixa 1.1 ESTRATÉGIAS DE ENSINO E DE APRENDIZADO DE MATEMÁTICA EM SINGAPURA

O objetivo do currículo de matemática em Singapura é desenvolver a habilidade dos estudantes em aplicar matemática para resolver problemas através do desenvolvimento de suas habilidades matemáticas, ajudando-os a adquirir conceitos-chave da matemática, promovendo atitudes positivas frente à matemática e encorajando-os a pensar por si mesmos sobre a maneira como aprendem. Para atingir esse objetivo, os professores usam várias estratégias de ensino na sua abordagem na matemática. Tipicamente, os professores fornecem um contexto da vida real que demonstra a importância dos conceitos matemáticos para os estudantes (respondendo, portanto, à pergunta tão comum: "Por que devo aprender isso?"). Os professores então explicam esses conceitos, demonstram abordagens para solução de problemas e facilitam as atividades na aula. Eles usam várias práticas de avaliação para fornecerem aos alunos um *feedback* individualizado sobre seus aprendizados.

Os alunos são também expostos a uma ampla gama de problemas para resolver durante seu estudo de matemática. Dessa maneira, eles aprendem a aplicar a matemática para resolver problemas, apreciar o valor da matemática e desenvolver importantes habilidades que darão suporte aos seus futuros aprendizados e habilidades de lidar com novos problemas.

Estruturação do Currículo de Matemática da Singapura



Fonte: Ministério da Educação, Singapura.

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Planeje aulas de matemática que tentem alcançar todos os níveis de alunos na aula.

Os benefícios de diferenciar a instrução para estudantes de diferentes habilidades são amplamente aclamados por toda a literatura em todas as áreas de diferentes disciplinas. Os professores devem levar isso em consideração quando planejam suas aulas de matemática. Garanta que cada aula ou unidade contenha atividades de extensão que são disponibilizadas para os alunos que terminam suas tarefas rapidamente ou que estão prontos para seguir em frente para assuntos mais desafiadores. Pense sobre reservar um tempo durante cada semana para você – ou para seus alunos mais avançados – oferecer suporte aos aprendizes que podem estar com mais dificuldade. Proponha problemas de pesquisa ou projetos que forneçam uma variedade de atividade e papéis para estudantes com diferentes habilidades e interesses.

Forneça uma mistura de estratégias direcionadas pelo professor e direcionadas pelo aluno.

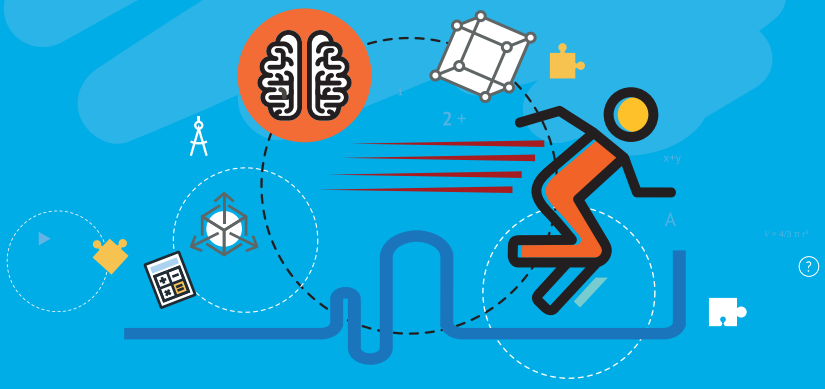
Especialmente em matemática, é fácil para os professores usar um livro didático em suas aulas, usando-o como um guia para explicar os conceitos aos alunos e, então, delegar a eles os exercícios fornecidos pelo livro como lição de casa para os estudantes. Esse tipo de aula fornece aos alunos somente instrução orientada pelo professor, não permitindo muita entrada do aluno em seu próprio aprendizado. Além disso, também não se leva em conta as diferenças de habilidades e motivações entre os estudantes. Tente ir além das aulas e exercícios fornecidos pelo livro-texto e tente acrescentar novas atividades às aulas que permitam aos estudantes trabalharem juntos ou usar novas ferramentas, como jogos e tecnologia, para cimentar seus conhecimentos de conceitos matemáticos.

Deixe a dificuldade do problema de matemática guiar a estratégia de ensino.

Quando você estiver pensando sobre quais estratégias usar para alcançar diferentes alunos em sua aula, invista um momento pensando sobre as estratégias que funcionam melhor para problemas de diferentes graus de dificuldade. Talvez você deva reservar aulas direcionadas pelo professor para conceitos matemáticos mais simples, e pesquisa e outras estratégias para ensinar conceitos mais difíceis.

2

Alguns métodos de ensino de matemática são mais eficazes do que outros?



Como professor, é fácil esquecer-se do quão importante é dar para os alunos – e para nós mesmos – o tempo para pensar e refletir. Com a pressão dos exames, progresso do aluno, cumprimento do currículo e avaliações de professores constantemente presentes, é muitas vezes mais fácil simplesmente ir avançando através do currículo dia após dia e lista de questões após lista de questões. Os professores podem ter se acostumado a ensinar de certa maneira ao longo de suas carreiras, sem terem dado um passo para trás e refletido sobre se os métodos de ensino que estão usando são realmente os melhores para o aprendizado do aluno. É hora de todos pararmos para pensar.

Como o capítulo anterior discute, usar várias estratégias de ensino é particularmente importante quando se ensina matemática para alunos com diferentes habilidades, motivações e interesses. Mas dados sobre os estudantes indicam que, na média dos países participantes do PISA, o uso de estratégias de ativação cognitiva tem a maior associação positiva às médias dos alunos nos testes de matemática. [1] Esses tipos de estratégias de ensino dão aos alunos a chance de pensar profundamente sobre os problemas, discutir métodos e erros uns com os outros e refletir sobre seu próprio aprendizado. Os professores devem entender a importância desse tipo de ensino e precisam ter uma forte noção de como usar essas estratégias para dar aos alunos a melhor chance de sucesso em matemática.

O que é ativação cognitiva no ensino de matemática?

Ativação cognitiva consiste, essencialmente, em ensinar aos pupilos estratégias como resumir, questionar e prever, que eles podem usar quando resolverem problemas de matemática. Tais estratégias os encorajam a pensar mais profundamente para encontrar soluções e a focar no método que usam para chegar à resposta, em vez de simplesmente focar na resposta em si. Algumas dessas estratégias requerem que os pupilos relacionem novas informações a informações que eles já aprenderam, apliquem essas habilidades em um novo contexto, resolvam problemas matemáticos desafiadores que requerem pensamento prolongado e que possam ter múltiplas soluções ou uma resposta que não seja imediatamente óbvia. Fazer

[1] Echazarra, A., *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Papers*, n° 130, OECD Publishing, Paris.

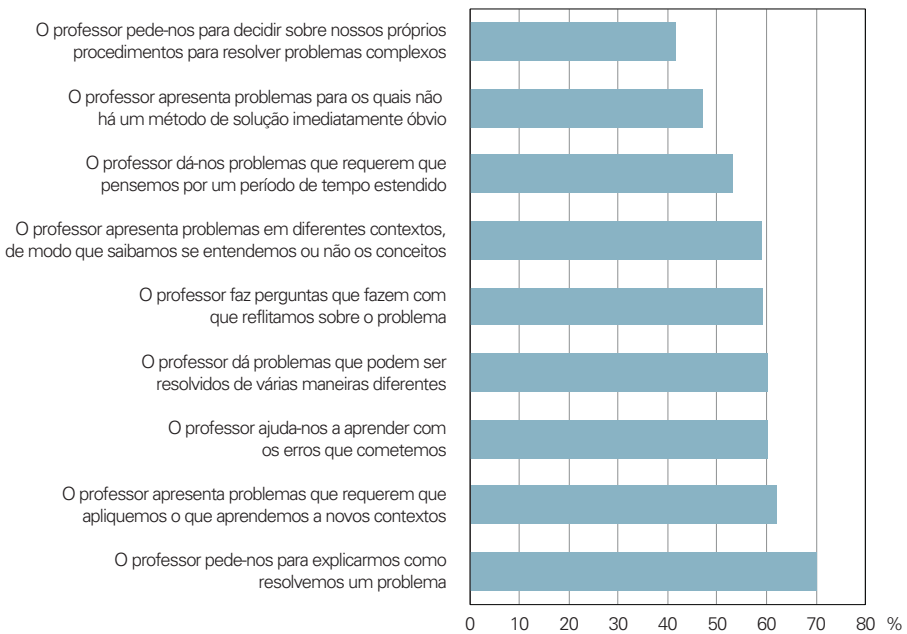
conexões entre fatos matemáticos, procedimentos e ideias resultará em um melhor aprendizado e um entendimento mais profundos dos conceitos.[2]

Quão amplamente as estratégias de ativação cognitiva são usadas?

A boa notícia é que, em diversos países, estratégias de ativação cognitiva são frequentemente usadas no ensino de matemática (Figura 2.1). Dados indicam que a prática mais frequentemente usada nessa categoria é pedir aos estudantes que expliquem como eles resolvem um problema. Mais de 70% dos alunos ao redor do mundo relataram que seus professores pedem que eles façam isso na maior parte das aulas ou em todas as aulas.

Figura 2.1 **Instrução com ativação cognitiva**

Percentual de estudantes que relataram que seus professores usam estratégias de ativação cognitiva "em todas as aulas" ou "na maioria das aulas", média da OCDE.



Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414798

Além disso, mais de 50% dos alunos dos países pesquisados também relataram que seus professores usam outras estratégias de ativação cognitiva, como as que requerem que os estudantes apliquem ou reconheçam conceitos que aprenderam em diferentes contextos, reflitam sobre como resolver um problema – possivelmente por um período de tempo estendido – ou aprendam com seus próprios erros.

Como o uso de estratégias de ativação cognitiva beneficiam o desempenho do estudante?

Os dados do PISA indicam que, nos países OECD, alunos que relataram que seus professores usam estratégias de ativação cognitiva nas aulas de matemática também obtiveram médias maiores na avaliação de matemática. A intensidade dessa relação entre o tipo de ensino e o desempenho do aluno cresce ainda mais quando as análises levam em conta o uso, por parte dos professores, de outras estratégias de ensino nas aulas de matemática desses alunos. A Figura 2.2 mostra que, quando a exposição dos alunos a instrução com ativação cognitiva aumenta, suas *performances* melhoram.

O uso de estratégias de ensino de ativação cognitiva faz diferença, independentemente da dificuldade do problema de matemática. Na verdade, as chances de sucesso do aluno são ainda maiores para problemas mais desafiadores. Estudantes que são expostos mais frequentemente a métodos de ensino de ativação cognitiva têm uma chance de aproximadamente 10% a mais de responder corretamente itens fáceis, e cerca de 50% de chance a mais de responder corretamente itens mais difíceis.

Em qual ambiente a ativação cognitiva prospera?

Estudos em educação, bem como dados coletados do PISA, dão-nos uma imagem dos tipos de escolas e salas de aula nas quais a ativação cognitiva prospera. Alunos de escolas academicamente orientadas (em contraste com escolas vocacionalmente orientadas) relataram mais exposição a estratégias

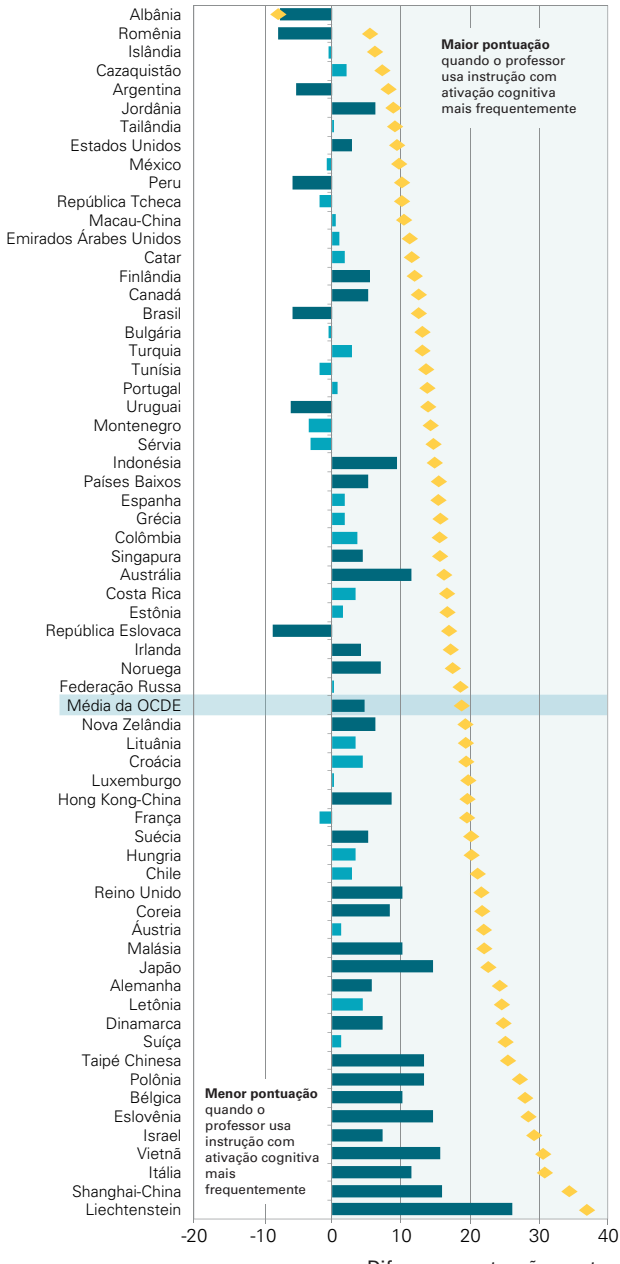
[2] Burge, B., J. Lenkeit and J. Sizmur (2015), *PISA in practice - Cognitive activation in maths: How to use it in the classroom*, National Foundation for Educational Research in England and Wales (NFER), Slough.

de ativação cognitiva. Alunos mais favorecidos socioeconomicamente relataram mais exposição a essas estratégias do que alunos menos favorecidos; e quando estratégias de ativação cognitiva são usadas, a associação à *performance* do aluno é mais forte do que em escolas menos favorecidas (Figura 2.3).

Se tais estratégias são tão benéficas, por que todos os professores não as utilizam mais frequentemente? Os dados do PISA sugerem que certas características das escolas e dos estudantes podem contribuir mais para o uso de estratégias de ativação cognitiva. Esses tipos de estratégias de ensino enfatizam o pensamento e raciocínio por períodos de tempo maiores, o que pode tomar certo tempo que seria usado para cobrir os fundamentos da matemática. Portanto, usar estratégias de ativação cognitiva pode ser mais fácil em escolas ou aulas nas quais os alunos não gastam tanto tempo focando em conceitos básicos. Também pode ser difícil para um professor usar estratégias de ativação cognitiva em uma aula que é frequentemente interrompida por comportamento desordeiro dos alunos (veja aqui mais informações sobre como o clima da sala de aula pode afetar o ensino da matemática).

Figura 2.2 **Desempenho na matemática e instrução com ativação cognitiva**

Diferença pontuação-ponto na matemática associada ao uso mais frequente de instrução com ativação cognitiva.



Notas: Valores estatisticamente significativos antes de levar em conta outras estratégias de ensino são marcados em um tom mais escuro. Todos os valores após levar em conta outras estratégias de ensino são estatisticamente significativos.

Outras estratégias de ensino referem-se aos índices do PISA de instrução direcionada pelo professor, orientada para o aluno e avaliação formativa.

O *índice de instrução com ativação cognitiva* mede a extensão até a qual os estudantes relataram que seus professores os encorajam a adquirir conhecimento profundo através de práticas instrucionais, como dar aos alunos problemas que requerem que pensem por um período de tempo estendido, apresentar problemas para os quais não há uma maneira óbvia e imediata de chegar na solução, e ajudar os alunos a aprenderem com os erros que cometeram.

Países e economias são ranqueados em ordem crescente de diferença pontuação-ponto no desempenho na matemática, após levar em conta outras estratégias de ensino.

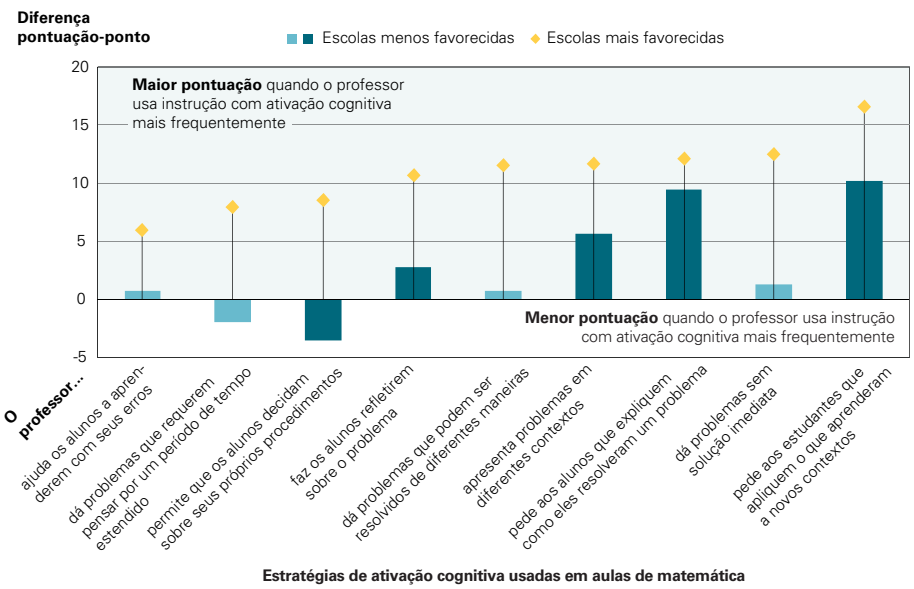
Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), *"How teachers teach and students learn: Successful strategies for school," OECD Education Working Paper*, n° 130.

Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414800

A pesquisa da OECD dos professores, a TALIS, também sugere que a própria colaboração dos professores com seus colegas pode fazer diferença nas estratégias de ensino que eles usam e podem até mesmo influenciar a *performance* do estudante (CAIXA 2.1).

Figura 2.3 **Estratégias de ativação cognitiva e o desempenho dos alunos em matemática, pelo perfil socioeconômico das escolas**

Diferença pontuação-ponto em matemática associada ao uso de cada estratégia de ativação cognitiva, média da OCDE.



Notas: Valores estatisticamente significativos para escolas menos favorecidas são marcados em um tom mais escuro. Todos os valores para escolas mais favorecidas são estatisticamente significativos.

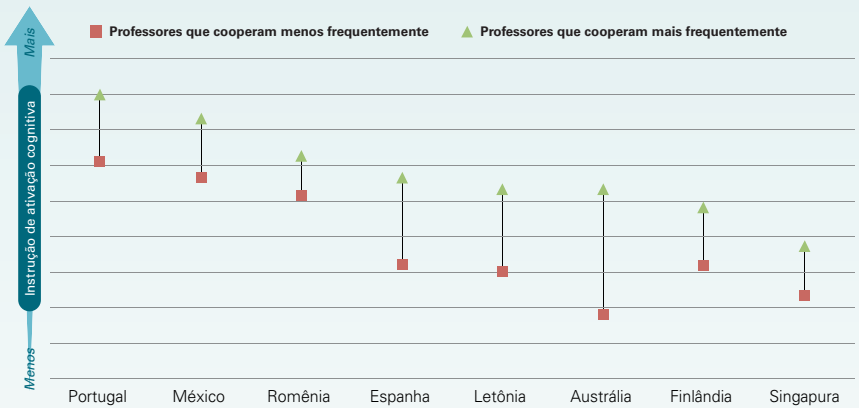
Escolas menos favorecidas (mais favorecidas) são aquelas cuja média do *índice PISA de status econômico, social e cultural* é estatisticamente menor (maior) que o índice médio de todas as escolas no país/economia.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012 adaptado de OECD (2016), Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377210

Caixa 2.1 A RELAÇÃO ENTRE A COOPERAÇÃO ENTRE OS PROFESSORES E O USO DE ESTRATÉGIAS DE ATIVAÇÃO COGNITIVA NA MATEMÁTICA

Dados da pesquisa dos professores TALIS 2013 demonstraram que os professores que colaboram com seus colegas colhem muitos benefícios para si mesmos, como maiores níveis de satisfação com o emprego e de confiança em suas próprias habilidades como professores. O impacto da colaboração dos professores nas práticas de ensino de matemática foi examinado quando os dados do TALIS 2013 foram combinados com os dados da avaliação do PISA 2012. As análises indicaram que, quanto mais um professor de matemática coopera com seus colegas da mesma escola, mais provavelmente ele ou ela usará regularmente práticas de ativação cognitiva no ensino de matemática. A figura abaixo mostra a relação entre a colaboração relatada entre professores com seus colegas e o uso de práticas de ativação cognitiva em suas aulas de matemática.

Figura 2.4 **Como a cooperação entre professores está relacionada à instrução de ativação cognitiva**



Notas: Todas as diferenças são estatisticamente significativas, exceto para o México e para a Romênia.

Professores que cooperam mais/menos são aqueles com valores acima/abaixo da mediana do país.

O *índice de instrução de ativação cognitiva* mede a extensão até a qual os professores desafiam seus alunos, como ao esperar que eles "pensem sobre problemas complexos" ou ao encorajá-los a "resolver problemas de mais de uma maneira"

O *índice de cooperação do professor* mede a frequência com a qual os professores "observam aulas de outros professores e fornecem *feedback*" ou "ensinam conjuntamente como um time na mesma sala".

Os países são ranqueados em ordem decrescente da extensão com a qual os professores que cooperam mais frequentemente usam instrução de ativação cognitiva.

Fonte: Base de dados da OCDE, TALIS 2013.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414810

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Usar estratégias de ativação cognitiva.
Dados indicam que o uso dessas estratégias está relacionado à melhora no desempenho dos alunos em problemas de todos os níveis de dificuldade. Eles indicam também que essas estratégias são especialmente eficazes à medida que os problemas tornam-se mais desafiadores. Isso faz sentido: alunos devem ser capazes de aprender com seus próprios erros, trabalhar juntos, e refletir tanto sobre problemas simples quanto sobre os mais avançados.

Encontre meios de usar estratégias de ativação cognitiva em todas as suas aulas.
Desafiar os estudantes pode ser mais fácil em salas de aulas silenciosas com alunos mais avançados, mas olhe pelo outro lado: desafiar e "ativar" seus alunos pode ser a maneira mais eficaz de criar um ambiente positivo de aprendizado na sua sala de aula. Há também meios de encorajar os estudantes a serem criativos e críticos em ambientes aparentemente desorganizados. O pensamento genuinamente crítico e criativo normalmente floresce em situações menos estruturadas como, por exemplo, quando se pede aos alunos que trabalhem em pequenos grupos, debatam com seus colegas e desenvolvam seus próprios experimentos.

Olhe o que a pesquisa diz sobre como os alunos aprendem matemática melhor.
Muitos professores, durante sua educação inicial de docência, estudaram como os alunos aprendem matemática, mas isso pode ter sido há muitos anos. Os professores também podem ter desenvolvido hábitos de ensino adaptados ao currículo ou à cultura da escola, alguns dos quais podem ter sido enriquecidos ao incorporar descobertas de novas pesquisas. Vale a pena refrescar seu conhecimento das pesquisas de ensino e aprendizado de matemático para garantir que suas crenças estejam alinhadas com suas práticas de ensino.

Colabore com outros professores.
Colaborar com seus colegas, tanto dentro quanto fora da escola, pode te ajudar a adquirir novas ferramentas de ensino e ganhar confiança em seu uso. Seus alunos também se beneficiarão, por consequência.

3

Como professor de matemática, quão importante é a relação que tenho com meus alunos?



Todo professor tem ótimos dias de ensino. São aqueles dias quando sua aula funciona e seus alunos estão motivados a aprender e envolvidos nas atividades da aula. Pense no seu último ótimo dia de ensino: como era o ambiente de aprendizado na sua sala de aula? Você tinha que continuamente repreender e disciplinar seus alunos por causa de seus comportamentos? Os alunos estavam atrasados para a aula ou causando outras interrupções? Ou eles estavam se mantendo nas tarefas, participando ativamente e tratando você e os colegas com respeito? Esse tipo de clima de sala de aula positivo, com mínima interferência, dá aos professores mais tempo para gastar com o ensino em si, e faz com que aqueles ótimos dias de ensino sejam possíveis. Os professores não têm de perder tempo lidando com interrupções, e a sala de aula torna-se um ambiente no qual o aprendizado pode ocorrer. Além disso, a qualidade do ambiente de aprendizado está relacionada não somente a como os professores conseguem ensinar, mas também a como eles se sentem em relação aos seus empregos e as suas próprias habilidades como professor.

O que é um bom ambiente de sala de aula para o ensino e aprendizado de matemática?

Um clima de sala de aula positivo, bom gerenciamento de sala de aula e fortes relações entre professores e alunos devem ser considerados como pré-requisitos para um ensino de alta qualidade. No geral, mais ensino (e, presumivelmente, mais aprendizado) ocorre quando há um ambiente escolar positivo, incluindo apoio dos professores e bom gerenciamento de sala de aula. Além disso, o clima disciplinar da sala de aula está relacionado ao que e como os professores são capazes de ensinar. Por exemplo, pode ser mais fácil para professores usarem estratégias de ativação cognitiva, tais como encorajar os alunos a serem reflexivos em seus próprios raciocínios, em salas de aula nas quais os alunos mantêm-se focados nas atividades e as interrupções são mantidas no mínimo possível.

Os dados do PISA sugerem que há uma relação entre o comportamento dos

Figura 3.1 **Clima disciplinar e familiaridade com matemática**

Mudança na familiaridade dos estudantes com matemática associada a um melhor clima disciplinar na aula



Notas: Valores estatisticamente significativos são marcados com um tom mais escuro.

O *índice de clima disciplinar* é baseado nos relatos dos estudantes sobre a frequência com a qual interrupções ocorrem na aula de matemática. Valores mais alto desse índice indicam um clima disciplinar melhor.

O *índice de familiaridade* com a matemática é baseado nas respostas dos estudantes a 13 itens que medem a familiaridade relatada por eles mesmos com conceitos matemáticos, tais como funções exponenciais, divisores e funções quadráticas.

Países e economias são ranqueados em ordem crescente da mudança do índice de familiaridade com a matemática associada a um incremento unitário no índice de clima disciplinar.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377232

alunos em uma sala e sua familiaridade geral com matemática. A Figura 3.1 indica que, na maioria dos países, um clima disciplinar melhor está relacionado a maior familiaridade com matemática, mesmo quando se comparam alunos e escolas com perfis socioeconômicos similares.

Essa descoberta é especialmente importante, já que a familiaridade do estudante com a matemática e seu acesso a conteúdos de matemática na escola podem afetar não somente sua *performance* na escola, mas também sua situação social e econômica mais tarde, na vida. Os dados do PISA mostram grandes variações na consciência e acesso dos alunos a conteúdo matemático nas escolas; algumas dessas variações podem decorrer da qualidade do ambiente de aprendizado da sala de aula.

Como o ambiente de aprendizado da minha sala de aula pode influenciar meu ensino e o aprendizado dos meus alunos?

Sentirem-se apoiados e ouvidos por seus professores é importante para suas experiências escolares por várias razões, tanto sociais quanto acadêmicas. Na matemática, aparentemente há uma ligação entre como um professor ensina e o relacionamento que ele ou ela tem com seus alunos. De acordo com os dados do PISA, os alunos dizem que seus professores tendem mais a usar todas as práticas de ensino se há um clima disciplinar melhor (exceto por estratégias orientadas pelo aluno), um sistema de gerenciamento de sala de aula em ação e se os alunos sentem-se apoiados por seus professores e têm bons relacionamentos com eles[1]. Outros achados do PISA também mostram que o clima disciplinas nas aulas de matemática e o desempenho do aluno andam lado a lado.[2]

Não são somente os estudantes que se beneficiam das melhorias no gerenciamento de sala de aula e nos relacionamentos entre professores e aprendizes; os professores também lucram de diversas maneiras. O TALIS 2013 questionou professores sobre o clima de suas salas de aula e sobre os relacionamentos com seus alunos. Suas respostas revelaram conexões importantes entre a qualidade do ambiente de aprendizado e a satisfação do professor em relação a seu trabalho, assim como sua confiança em suas próprias habilidades como professor. Por exemplo, como mostra a Figura 3.2, a satisfação dos professores com seus trabalhos, em média, em diversos países é menor quando há maiores percentuais de alunos com problemas de

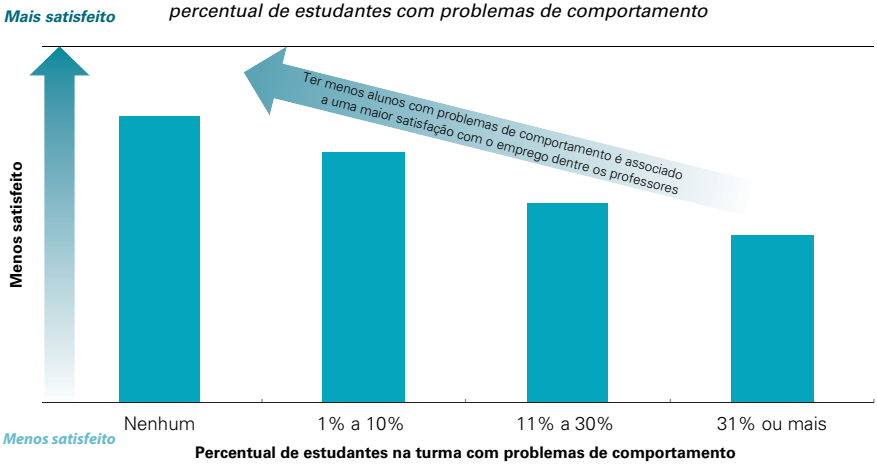
[1] Echazarra, A., *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Papers*, Nº. 130, OECD Publishing, Paris.
[2] OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, PISA, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264258495-en.

comportamento em suas aulas. Em muitos países, ter mais estudantes com problemas de comportamento também está associado a sentimentos, por parte dos professores, de menor confiança em suas próprias habilidades de ensino.

Esses resultados são compreensíveis. Lidar com salas de aula desafiadoras o dia todo pode ser difícil e pode fazer com que os professores se sintam mais negativos em relação a seus empregos, à escola ou à carreira escolhida. Salas tão exigentes podem também fazer com que o professor questione suas próprias habilidades, especialmente na área da disciplina que leciona na sala de aula. Ter, porém, relacionamentos sólidos e positivos com seus alunos pode ajudar. Os dados do TALIS indicam que os efeitos ruins que salas de aula desafiadoras podem ter na satisfação do professor são mitigados quando os professores também relataram ter fortes relacionamentos interpessoais com seus estudantes.

Figura 3.2 **Satisfação do professor com seu emprego e estudantes com problemas de comportamento**

Satisfação dos professores de ensino secundário inferior com seus empregos pelo percentual de estudantes com problemas de comportamento



Nota: Dados sobre alunos com problemas de comportamento são relatados por professores e referem-se a uma turma escolhida aleatoriamente, na qual eles lecionam em seus horários semanais.
Para avaliar a satisfação dos professores com o emprego, o TALIS pediu aos professores para indicarem quão satisfeitos eles se sentem com seus empregos (em uma escala de quatro pontos variando de "discordo plenamente" a "concordo plenamente"), respondendo a várias afirmações sobre seus ambientes de trabalho ("Eu gostaria de mudar para outra escola, se isso fosse possível"; "Eu gosto de trabalhar nesta escola"; "Eu recomendaria minha escola como um bom lugar para se trabalhar"; e "No geral, eu estou satisfeito com meu emprego") e sobre a profissão de professor ("As vantagens de ser professor claramente se sobrepõem às desvantagens"; "Se eu pudesse decidir de novo, mesmo assim escolheria trabalhar como professor"; "Eu me arrependo de ter decidido me tornar um professor"; e "Eu fico imaginando se teria sido melhor ter escolhido outra profissão").
A análise é baseada na média dos países participantes da pesquisa TALIS.
Fonte: Base de dados da OCDE, TALIS 2013.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414826

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Concentrar tempo e energia na criação de um clima positivo na sala de aula.
Se o gerenciamento de sala de aula e disciplina são particularmente preocupantes para você, encontre uma maneira de ter apoio e suporte adicionais. Observe ou converse com outros professores na sua escola para aprender estratégias bem-sucedidas de gerenciamento de sala de aula. Pergunte à direção da escola se você pode procurar por um aperfeiçoamento profissional continuado sobre essa questão.

Invista tempo na construção de relacionamentos fortes com seus alunos
Isso é particularmente exigente para aqueles professores que veem mais de 150 alunos todo dia, mas pode fazer diferença tanto para o aprendizado dos seus alunos quanto para seu ensino – sem mencionar seu próprio bem-estar como professor. Os alunos querem sentir que seus professores os tratam de maneira justa, os ouvem e vão continuar ensinando até que eles entendam o conteúdo. Além disso, aprender sobre as vidas dos alunos fora da escola pode te ajudar a conectar tópicos da matemática com situações da vida real que podem ser significativas para seus alunos.

4

O que sabemos sobre memorização e o aprendizado de matemática?



Todo curso de matemática envolve algum grau de memorização. *A área de um círculo é pi vezes o raio ao quadrado. O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.* Como professores, nós encorajamos nossos alunos a ligar alguns elementos, como fórmulas, à memória para que eles possam ser lembrados sem esforço para resolver problemas de matemática no futuro. Os dados do PISA sugerem que a maneira através da qual os professores exigem que os alunos usem suas memórias faz diferença. Será que estamos pedindo para os alunos associarem uma informação à memória para aplica-la repetidamente em vários problemas similares? Ou será que esperamos que nossos alunos memorizem, entendam e apliquem os conceitos que aprenderam a problemas em diferentes contextos? Os dados indicam que os alunos que dependem somente da memorização podem ser bem-sucedidos nos problemas de matemática mais fáceis, mas podem perceber que é necessário um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos para enfrentar problemas mais difíceis ou que fujam da rotina.

Quão predominante é a memorização como estratégia de aprendizado na matemática?

Tanto alunos como professores estão familiarizados com a técnica de memorização: aprender completamente algo para que possa ser posteriormente recobrado ou repetido. Em aulas de matemática, os professores muitas vezes encorajam alunos a usar suas memórias através de atividades como simulados, exercícios periódicos e questionários. Para descobrir como os alunos ao redor do mundo aprendem matemática, o PISA questionou-os sobre qual estratégia melhor descrevia suas próprias abordagens em relação à disciplina. Os alunos foram questionados se concordavam com afirmações que correspondiam a estratégias de memorização.

As descobertas do PISA indicam que estudantes ao redor do mundo frequentemente usam memorização para aprender matemática. Na média

em quase todos os países, quando os alunos eram questionados sobre as estratégias de aprendizado que usavam, eles concordaram com uma de quatro afirmações possíveis relacionadas à memorização (Figura 4.1). Essas afirmações são listadas na Caixa 4.1.

O fato de a maioria dos estudantes usarem memorização em menor ou maior grau não é uma surpresa, dado que a memorização de fato tem algumas vantagens como estratégia de aprendizado, particularmente quando não é somente uma memorização mecânica. Memorizar pode estabelecer a base para um entendimento conceitual, dando aos alunos fatos concretos para refletirem. Isso também pode levar à "automaticidade" matemática, acelerando computações aritméticas básicas e deixando mais tempo para um raciocínio matemático mais profundo.

Caixa 4.1 MEDINDO O USO DE ESTRATÉGIAS DE MEMORIZAÇÃO NO APRENDIZADO DE MATEMÁTICA

Para calcular a frequência com a qual os alunos usam estratégias de memorização, perguntou-se a eles qual afirmação melhor descreve sua abordagem à matemática usando quatro questões com três respostas mutuamente exclusivas: uma correspondia a uma estratégia de memorização, uma correspondia a uma estratégia de elaboração (como, por exemplo, usar analogias e exemplos, ou procurar por maneiras alternativas de encontrar soluções) e uma correspondia a uma estratégia de controle (como criar um plano de estudo ou monitorar o progresso em direção ao entendimento). O índice de memorização, com valores entre 0 e 4, reflete o número de vezes que um aluno escolheu as seguintes afirmações relacionadas à memorização sobre como eles aprendem matemática:

a) Quando eu estudo para uma prova de matemática, eu aprendo o máximo que posso de cor;
b) Quando eu estudo matemática, eu checo comigo mesmo para ver se lembro o que já fiz;
c) Quando eu estudo matemática, eu passo por alguns problemas tantas vezes que sinto como se pudesse resolvê-los enquanto durmo;
d) Para lembrar o método de solução de um problema de matemática, eu estudo exemplos várias e várias vezes.

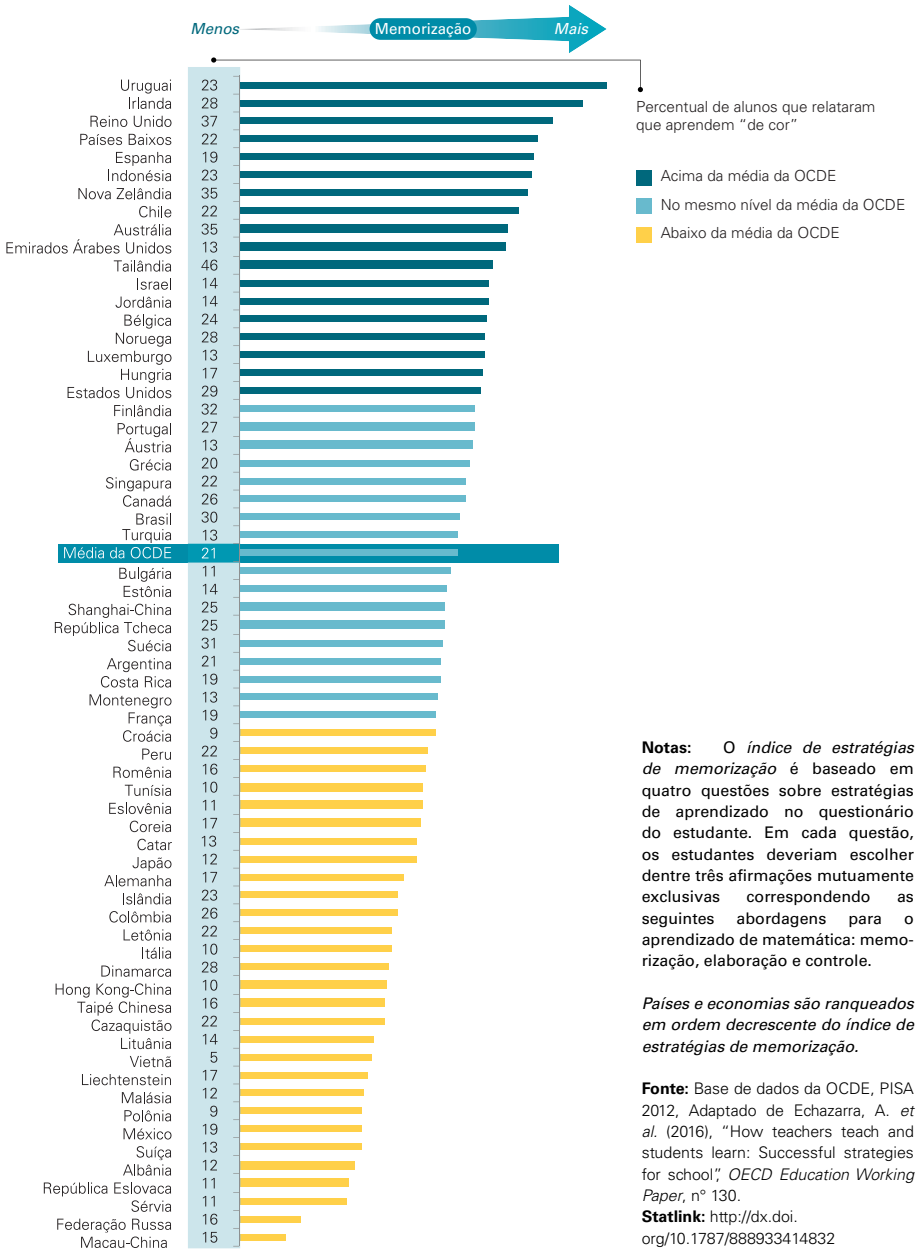
A afirmação a) avalia quanto os alunos usam um aprendizado mecânico, ou seja, aprender sem prestar atenção ao significado. As três afirmações restantes aproximam-se das ideias de praticar e de aprendizado repetitivo.

Quem usa mais memorização

Há muitas razões pelas quais os estudantes usam estratégias específicas de memorização, ou uma combinação delas, quando aprendem matemática. Dentre os alunos que usavam principalmente memorização ou aprendizado repetitivo, alguns podem escolher essas técnicas para evitar um esforço mental intenso, particularmente se eles não forem naturalmente atraídos por matemática, ou não estão familiarizados com problemas mais avançados, ou ainda não se sentem especialmente confiantes em suas próprias habilidades na disciplina. Até certo ponto, os resultados do PISA corroboram essa hipótese. Eles indicam que nos vários países OECD, os alunos perseverantes, alunos com atitudes positivas, motivação ou interesse em resolver problemas e em matemática, alunos que são mais confiantes nas suas habilidades matemáticas e alunos que têm pouca ou nenhuma ansiedade em relação à matemática são, de certo modo, menos propensos a usar estratégias de memorização. Além disso, garotos tendem a usar menos essas estratégias do que garotas. Na verdade, em nenhum sistema de educação os garotos relataram uso mais intenso de memorização quando aprendem matemática do que garotas (Figura 4.2.)

Figura 4.1 **Uso de estratégias de memorização por parte dos estudantes**

Baseado nos relatos dos estudantes



Notas: O *índice de estratégias de memorização* é baseado em quatro questões sobre estratégias de aprendizado no questionário do estudante. Em cada questão, os estudantes deveriam escolher dentre três afirmações mutuamente exclusivas correspondendo as seguintes abordagens para o aprendizado de matemática: memorização, elaboração e controle.

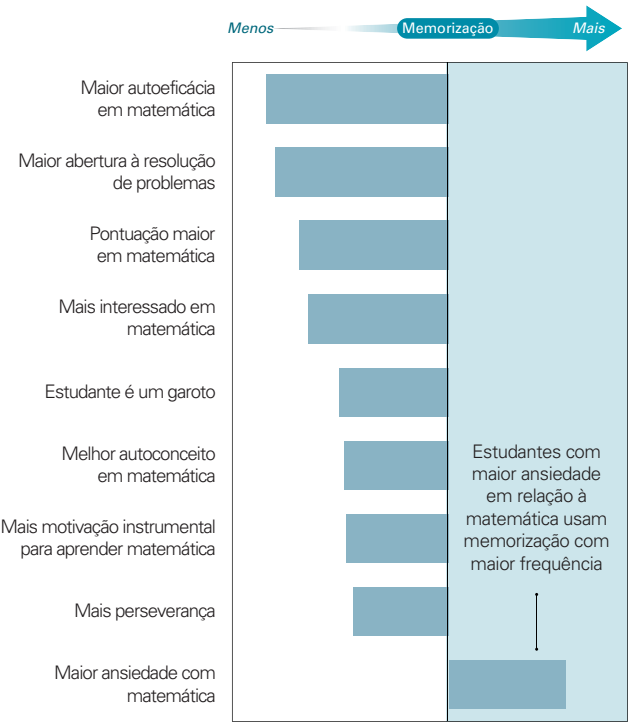
Países e economias são ranqueados em ordem decrescente do índice de estratégias de memorização.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, Adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414832

Olhando para o uso de estratégias de memorização relatado pelos próprios alunos em diversos países, os dados também mostram que muitos países que estão entre os mais bem colocados no exame de matemática do PISA não são aqueles onde as estratégias de memorização são mais dominantes. Por exemplo, menos estudantes nos países do Leste Asiático relataram que usam memorização como uma estratégia de aprendizado do que alunos de 15 anos de idade em alguns países de língua inglesa, com os quais são frequentemente comparados. Esses resultados podem ir de encontro à sabedoria convencional, mas a instrução de matemática tem mudado consideravelmente em muitos países do Leste Asiático, como o Japão (Caixa 4.2).

Figura 4.2 **Quem está usando memorização?**

Correlação com o índice de memorização, média da OCDE



Nota: Todas as correlações de coeficientes são estatisticamente significativas.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414846

Caixa 4.2 REFORMAS RECENTES NO ENSINO DE MATEMÁTICA NO JAPÃO

O ensino de matemática em países asiáticos tem sido tradicionalmente considerado como altamente tradicional, particularmente por muitos observadores ocidentais. Seja isso preciso ou não, a imagem típica da educação japonesa geralmente inclui exames de admissão altamente competitivos, escolas lotadas e memorização mecânica.

Entretanto, a educação japonesa tem gradualmente evoluído para um sistema que promove a aquisição de conhecimento e habilidades bem embasadas, e encoraja os alunos a aprenderem e pensar de maneira independente, o que é uma das ideias por trás da reforma "Zest for Living". Atualmente, na educação japonesa, habilidades acadêmicas e sociais referem-se à aquisição de conhecimentos básicos e habilidades básicos e bem embasados; à habilidade de pensar, tomar decisões e se expressar para resolver problemas; e ser motivado a aprender[1]. Por exemplo, a política "Period for Integrated Studies" (período para estudos integrados, em tradução livre), que solicita aos professores e às escolas para desenvolverem seus próprios programas de estudo interdisciplinares, para encorajarem os estudantes a participar de uma variedade de atividades, incluindo atividades voluntárias, *tours* de estudo, experimentos, investigações e apresentações ou discussões, com o objetivo de desenvolver a habilidade dos estudantes em reconhecer problemas, aprender e pensar de forma independente de melhorar suas habilidades de solução de problemas.

A memorização ajudará ou prejudicará o desempenho dos meus alunos em matemática

Alguns especialistas em educação de matemática consideram que a memorização é uma estratégia elementar que se encaixa melhor para resolver problemas rotineiros, que requerem apenas um entendimento superficial de conceitos matemáticos[2]. Os resultados do PISA reforçam essa visão. Eles mostram que os alunos que relataram que usam estratégias de memorização são, de fato, bem-sucedidos em tarefas de matemática mais fáceis. Por exemplo, um dos problemas mais fáceis da avaliação de matemática do PISA 2012 foi uma questão de múltipla escolha envolvendo um simples gráfico de barras. Cerca de 87% dos alunos dos diversos sistemas educacionais participantes do PISA responderam essa questão corretamente. Alunos que

[1] National Center for Education Statistics (2003), Third International Mathematics and Science Study 1999: "Video Study Technical Report", Volume 1: *Mathematics*, Washington, DC.
OECD (2013), Lessons from PISA 2012 for the United States, Strong Performers and Successful Reformers in Education, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264207585-en. Souma, K. (2000), "Mathematics Classroom Teaching", *Journal of Japan Mathematics Education Institution*, Vol. 82/7/8.
Takahashi, A. (2006), "Characteristics of Japanese Mathematics Lessons", paper presented at the APEC International Conference on Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study, January 14-20, Tokyo.

relataram que usam estratégias de memorização para aprender matemática tiveram aproximadamente a mesma taxa de sucesso em questões fáceis que os que relataram o uso de outras estratégias de aprendizado.

Apesar da memorização parecer funcionar para os problemas de matemática mais fáceis, seu sucesso como uma estratégia de aprendizado não se estende muito além disso. De acordo com os dados, à medida que os problemas tornam-se mais desafiadores, estudantes que usam memorização tendem a ser menos capazes de resolvê-los corretamente. Os resultados são ainda piores para a maioria dos problemas desafiadores de matemática. Apenas 3% dos estudantes responderam corretamente à questão mais difícil do teste do PISA 2012. Resolver esse problema requeria múltiplos passos e envolvia um considerável raciocínio geométrico e criatividade. Uma análise dos resultados do PISA mostra que os estudantes que mais relataram usar memorização quando estudam matemática – aqueles que escolheram a afirmação relacionada à memorização nas quatro questões – tinham quatro vezes menos chance de resolver corretamente esse difícil problema do que os que menos relataram usar memorização (Figura 4.3).

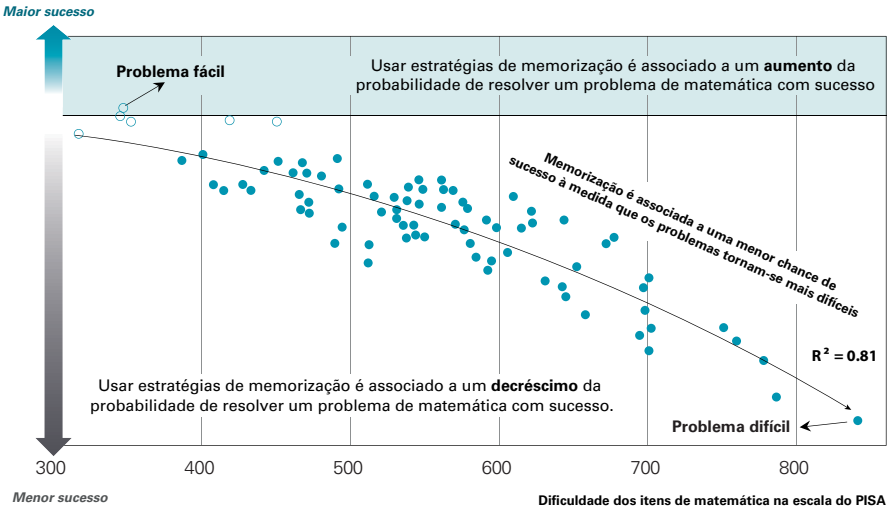
De fato, os resultados do PISA indicam que, independentemente do grau de dificuldade de um problema de matemática, estudantes que dependiam apenas da memorização nunca são mais bem-sucedidos em resolver problemas de matemática. Isso sugere que, no geral, os professores devem encorajar os alunos a irem além da memorização mecânica e a pensar mais profundamente sobre o que eles aprenderam, além de fazer conexões com problemas da vida real.

Mas o PISA também mostra uma diferença no desempenho dos estudantes com base nos tipos de atividades de memorização que eles usaram. Alunos que praticam o aprendizado repetitivo são mais bem-sucedidos em resolver problemas difíceis do que aqueles que simplesmente aprendem algo de cor (memorização mecânica). O aprendizado repetitivo pode aliviar a ansiedade dos alunos em relação à matemática, reduzindo a disciplina a um conjunto de simples fatos, regras e procedimentos que podem parecer menos desafiadores para os alunos menos confiantes dominarem. Esse tipo de aprendizado também pode liberar mais tempo para matemática avançada, gradualmente reduzindo o esforço mental necessário para completar tarefas simples.

[2] Boaler, J. (1998), "Open and Closed Mathematics: Student Experiences and Understandings", *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 29/1, pp.41-62.
Hiebert, J. and D. Wearne (1996), "Instruction, understanding, and skill in multidigit addition and subtraction", *Cognition and Instruction*, Vol. 14/3, pp.251-283.
Rathmell, E. (1978), "Using thinking strategies to teach the basic facts", *NCTM Yearbook*, Vol. 13/38.

Figura 4.3 **Estratégias de memorização e dificuldade do item**

Razão de chances dentre 48 sistemas educacionais



Nota: Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.

O Chile e o México não estão incluídos na média da OCDE.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012 Database, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414854

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Encoraje os estudantes a complementarem a memorização com outras estratégias de aprendizado.
A memorização pode ser usada para algumas tarefas na matemática, tais como recobrar fórmulas ou automatizar cálculos simples para acelerar a solução do problema. Isso ajudará os estudantes a liberar tempo para um pensamento mais profundo quando se depararem com problemas mais difíceis posteriormente. Entretanto, você deve encorajar seus alunos a irem além da memorização se você deseja que eles entendam matemática e resolvam problemas complexos reais mais tarde em suas vidas.

Use estratégias de memorização para aumentar a familiarização e confiança.
Estudantes podem praticar ou repetir certos procedimentos, uma vez que isso ajuda a consolidar seus entendimentos de conceitos e aumenta a familiaridade com abordagens de solução de problemas. Essas atividades não precisam ser entediantes; os professores podem encontrar *softwares* ou jogos grátis *online* que tornem tais práticas e atividades mais interessantes para os alunos.

Repare como seus alunos aprendem.
Aprendizes que são menos confiantes em suas próprias habilidades matemáticas ou mais propensos à ansiedade podem depender demais de memorização. Insista com esses estudantes para que usem também outras estratégias de aprendizado, ajudando-os a fazer conexões entre conceitos e problemas do mundo real e encorajando-os a estabelecer suas próprias metas para aprender matemática. Além disso, lembre-se de que a maneira como você ensina conceitos e avalia o entendimento do aluno pode influenciar como os estudantes abordam matemática.

Controle

5

Eu posso ajudar meus alunos a aprenderem como aprender matemática?



Aprender matemática é uma habilidade importante e vital para o sucesso do estudante tanto na escola quando mais tarde em sua vida. Talvez ainda mais importante que o conteúdo que os alunos levam da escola é o ato de simplesmente "aprender a aprender". Ao longo de suas experiências escolares, os estudantes adotam estratégias de aprendizado que eles então aplicam ao longo de suas vidas. Estratégias de aprendizado são uma parte integral da aquisição de conhecimento e podem ser definidas como os pensamentos e ações que os alunos usam para completar tarefas de aprendizado.

Um papel do professor é recomendar ou encorajar o uso de estratégias de aprendizado específicas que são mais benéficas para alunos individuais ou para o problema em questão. Apesar de nenhuma estratégia de aprendizado ser perfeita para todos os alunos e para todas as situações, os resultados do PISA indicam que os estudantes se beneficiam, ao longo de sua educação escolar, quando eles controlam seu próprio aprendizado. Alunos que abordam o aprendizado de matemática de maneira estratégica mostraram ter maiores taxas de sucesso em todos os tipos de problemas de matemática, independentemente de sua dificuldade.

O que são estratégias de controle na matemática?

Estratégias de aprendizado referidas por "estratégias de controle" são exatamente o que o nome diz: ao permitir que os estudantes estabeleçam suas próprias metas e acompanhem seus próprios progressos de aprendizado, esses métodos ajudam os aprendizes a controlar seu próprio aprendizado. Essa abordagem inclui atividades como organizar os materiais, criar um plano de estudos e refletir sobre as estratégias de aprendizado usadas. Ela está relacionada a conceitos como eficiência, aprendizado estratégico, autorregulação e metacognição.

O PISA perguntou aos estudantes questões que mediram seu uso de estratégias de controle em matemática (Caixa 5.1). Os resultados do PISA mostram de maneira esmagadora que os estudantes ao redor do mundo tendem a usar estratégias de controle para aprender matemática mais do que memorização ou estratégias de elaboração (ver Questão 6 deste relatório), como mostra a Figura 5.1.

O que esses dados reforçam é a ideia de que a maioria dos estudantes realmente tem uma estratégia para seu aprendizado, o que faz sentido se assumirmos que os alunos querem passar em seus exames. Muitos estudos mostram evidência de que os alunos são estratégicos na aquisição de qualquer entendimento superficial ou profundo que seja necessário para fazer uma lição de casa ou passar em uma prova (Hattie, 2009)[1]. Interessantemente, a Figura 5.1 mostra que os estudantes em escolas com melhor desempenho também tendem mais a relatar o uso de estratégias de controle no aprendizado de matemática.

Caixa 5.1 MEDINDO O USO DE ESTRATÉGIAS DE CONTROLE NO APRENDIZADO DE MATEMÁTICA

Para calcular a frequência com a qual os estudantes usam estratégias de controle, perguntou-se aos alunos qual afirmação melhor descrevia sua abordagem à matemática, usando quatro questões com três respostas mutuamente exclusivas: uma correspondia a uma estratégia de controle; uma correspondia a uma estratégia de memorização (como realizar exercícios rotineiros e repetitivos) e uma correspondia a uma estratégia de elaboração (como usar analogias e exemplos, ou procurar por maneiras alternativas de encontrar soluções). O ***índice de controle,*** com valores entre 0 e 4, reflete o número de vezes que um estudante escolheu as afirmações relacionadas a controle em relação à maneira como aprendem matemática:

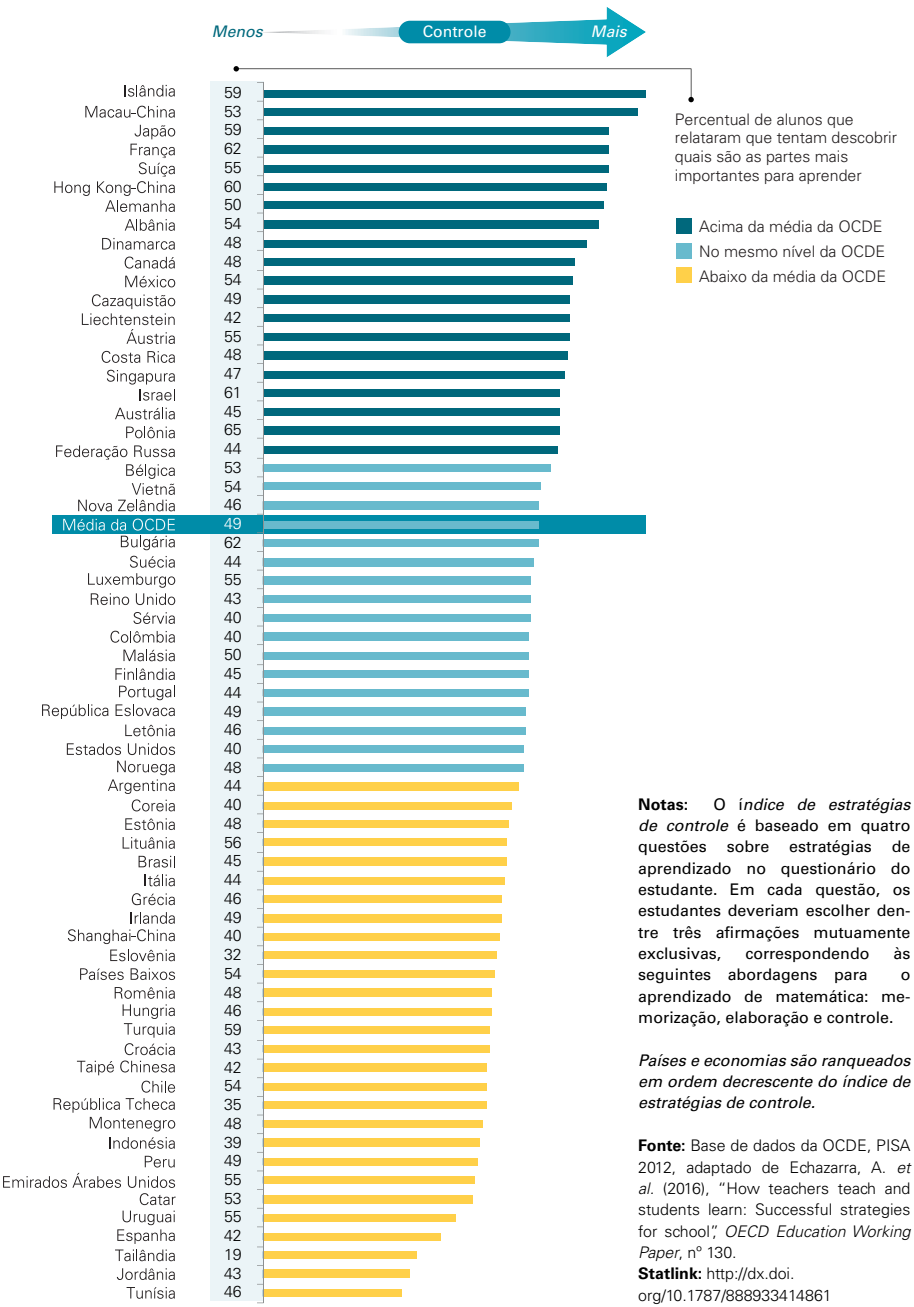
a) Quando estudo para uma prova de matemática, tento descobrir quais são as partes mais importantes que devo aprender;
b) Quando estudo matemática, tento descobrir quais conceitos ainda não entendi corretamente;
c) Quando estudo matemática, começo resolvendo exatamente o que preciso aprender;
d) Quando não entendo algo em matemática, sempre procuro por mais informações para clarear o problema.

As quatro afirmações tentam medir quão sistemáticos os alunos são em planejar o aprendizado, acompanhar o progresso e identificar o conteúdo que pode ser importante, difícil ou não familiar. As afirmações a) e c) analisam a eficiência do aluno ao aprender, ao que as afirmações b) e d) captam quanto eficazes eles são.

1 Hattie, J. (2009), Visible Learning: *A Synthesis of Over 800 Meta-analyses Relating to Achievement*, Routledge, London and New York.

Figura 5.1 **Uso de estratégias de controle por parte dos estudantes**

Baseado nos relatos dos estudantes



Notas: O *índice de estratégias de controle* é baseado em quatro questões sobre estratégias de aprendizado no questionário do estudante. Em cada questão, os estudantes deveriam escolher dentre três afirmações mutuamente exclusivas, correspondendo às seguintes abordagens para o aprendizado de matemática: memorização, elaboração e controle.

Países e economias são ranqueados em ordem decrescente do índice de estratégias de controle.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, nº 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414861

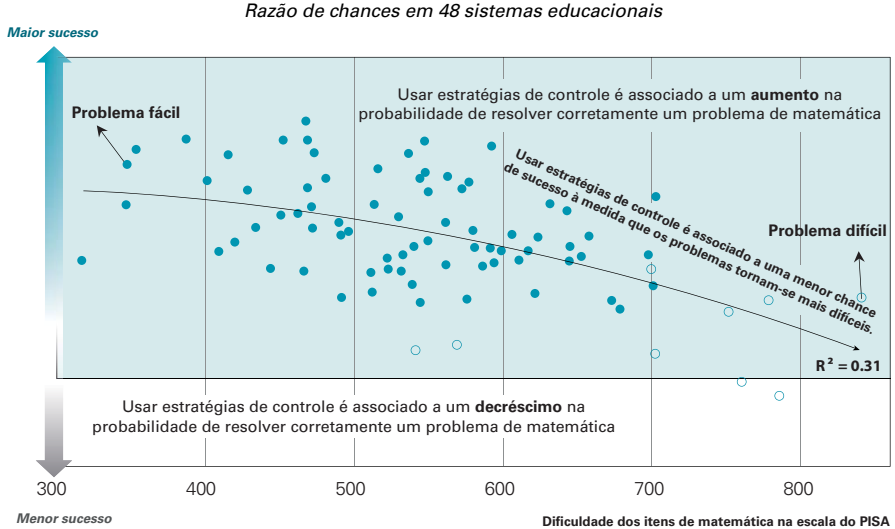
Qual é o benefício do aprendizado estratégico na matemática?

Os resultados do PISA também indicam uma ligação direta entre o uso de estratégias de controle e o desempenho do aluno. Especificamente, alunos que usam estratégias de controle mais frequentemente pontuam mais em matemática do que os estudantes que usam outras estratégias de aprendizado. Além disso, estratégias de controle funcionam igualmente para quase todos os problemas de matemática, exceto para os mais difíceis (Figura 5.2).

Estratégias de controle podem não ser tão eficazes na solução dos problemas de matemática mais complexos porque o excesso de controle e de aprendizado estratégico podem impedir os alunos de usarem sua criatividade e engajarem no pensamento profundo necessário para resolvê-los. O que é ensinado na aula de matemática e como o aprendizado é avaliado também podem limitar a eficácia dessas estratégias. Pesquisas sugerem que o sucesso dessas estratégias depende do que está sendo pedido aos alunos por seus professores, escolas e sistemas de educação. Em outras palavras, quando os alunos estão sendo avaliados apenas em um nível superficial de conhecimento de conceitos, eles não se aventurarão em um aprendizado mais profundo da matemática por contra própria.

Figura 5.2 **Estratégias de controle e dificuldade do item**

Razão de chances em 48 sistemas educacionais



Nota: Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.
O Chile e o México não estão incluídos na média da OCDE.
Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012 Database, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414878

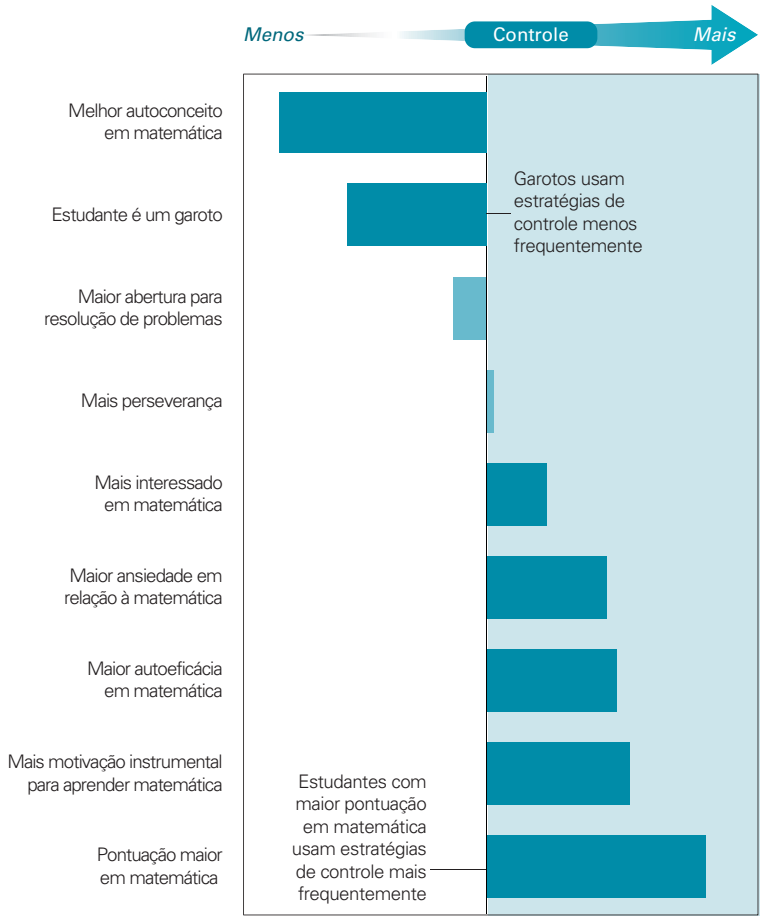
Se estratégias de controle são tão bem-sucedidas, por que não devo encorajar meus alunos a usarem somente essas estratégias de aprendizado e nada mais?

Assim como apenas uma estratégia de aprendizado não funciona para todos os estudantes ou para todos os conceitos matemáticos, estratégias de controle não são apropriadas para todos os alunos ou todos os problemas. E há algumas razões para evitar o uso demasiadamente frequente de estratégias de controle. Essas estratégias estão, de certa forma, associadas a um maior grau de ansiedade por parte dos alunos em relação à matemática e menos autoconfiança em suas habilidades matemáticas (Figura 5.3). E o uso de estratégias de controle pode se tornar um problema quando se enfrentam os problemas mais desafiadores de matemática. Para resolver tais problemas, os alunos devem ser mais confiantes, criativos e refletirem mais. Nesses casos, outras estratégias de aprendizado, como estratégias de elaboração, mostraram-se mais apropriadas e eficazes.

Entretanto, as características negativas associadas às estratégias de controle não parecem afetar o desempenho dos alunos nos exames, e encorajar os alunos a planejar seu tempo de estudo e acompanhar seu progresso pode fornecer a eles estratégias de aprendizado muito úteis também em outras disciplinas (Caixa 5.2).

Figura 5.3 **Quem está usando estratégias de controle**

Correlação com o índice de estratégias de controle, média da OCDE



Nota: Chances estatisticamente significativas são marcadas em um tom mais escuro.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012.

Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414881

Caixa 5.2 ENSINAR PARA APOIAR A METACOGNIÇÃO EM MATEMÁTICA

Encorajar os alunos a pensarem por si mesmos sobre seus aprendizados em matemática pode ajudá-los a monitorar seus progressos e revelar quaisquer dificuldades que eles possam ter. Uma maneira de apoiar a metacognição na matemática é envolver os estudantes em atividades que promovam comunicação em sala de aula. Por exemplo, em vez de simplesmente dizer que as respostas aos problemas estão "certas" ou "erradas", peça aos alunos que forneçam explicações sobre suas próprias soluções e trabalhem com colegas para revelar onde os erros podem estar, por que são erros, e como corrigi-los. Faça com que os estudantes comparem diferentes métodos de solução de problemas e expliquem as vantagens e desvantagens de cada um. Esse tipo de pensamento e raciocínio não somente auxilia no aprendizado do aluno, mas também dá aos professores uma noção sobre o pensamento matemático dos estudantes. Isso também ajuda os alunos a ficarem mais confortáveis ao expressar seus pensamentos e preocupações a respeito da matemática, o que pode aliviar um pouco da ansiedade associada a essa disciplina.

Fonte: National Research Council (2005)[2].

[2] National Research Council (2005), *How Students Learn: History, Mathematics and Science in the Classroom, Committee on How People Learn, A Targeted Report for Teachers*, M.S. Donovan and J.D. Bransford (Eds), Division of Behavioural and Social Sciences and Education, The National Academies Press, Washington, D.C.

O QUE OS PROFESSORES PODEM FAZER?

Garanta que seu próprio ensino não impeça os alunos de adotarem estratégias de controle.

Quando os professores adotam certas práticas de ensino, eles podem inadvertidamente reforçar o uso de certas estratégias de aprendizado. Por exemplo, ao dar uma lição de casa que inclua exercícios repetitivos de matemática, você pode encorajar os alunos a usar memorização em vez de estratégias de controle (a Questão 4 deste relatório discute os aspectos positivos e negativos da memorização).

Familiarize-se com atividades específicas da categoria de "estratégias de controle".

Uma vez que você entendeu o que constitui uma estratégia de controle na matemática, pode trabalhar para incorporar atividades relacionadas a isso no seu ensino, e encorajar seus alunos a usarem estratégias similares. Por exemplo, você pode fazer com que seus alunos trabalhem em grupo para criar um plano de estudos para uma prova que se aproxima, e monitorar seu próprio progresso.

Encoraje os alunos a refletirem sobre como eles aprendem.

Forneça aos alunos oportunidades para discutirem seus procedimentos de solução de problemas com você e com seus colegas. Ajudar os estudantes a desenvolver uma linguagem para expressarem seu pensamento matemático também pode ajudar a direcionar melhor o apoio que você dá aos seus alunos.

6

Eu devo encorajar meus alunos a usarem sua criatividade na matemática?



Como professor de matemática, quantas vezes você já ouviu os alunos reclamarem, "Por que eu tenho que aprender isso? Quando vou usar isso fora da sala de aula?" Algumas vezes não é fácil para os estudantes entenderem imediatamente as conexões entre o que eles aprendem na escola e problemas da vida real, entre diferentes disciplinas escolares, ou entre conhecimento novo e conhecimento já adquirido. Pesquisas na educação ressaltam os benefícios de fazer esses tipos de conexão e explorar diferentes maneiras de resolver problemas em matemática[1]. Isso é exatamente o que acontece quando os alunos usam estratégias de elaboração em seu aprendizado. Abordar a matemática dessa maneira parece valer a pena, uma vez que os alunos que usam estratégias de elaboração são mais bem-sucedidos na solução dos problemas mais difíceis de matemática. Entretanto, além das estratégias de elaboração não funcionarem para todos os problemas de matemática, os dados do PISA mostram que os alunos que usam uma combinação de estratégias de aprendizado na matemática são ainda mais bem-sucedidos.

O que são estratégias de elaboração em matemática?

As estratégias de aprendizado conhecidas como estratégias de elaboração encorajam os estudantes a fazerem conexões entre tarefas de matemática, a fazerem ligações entre o aprendizado do aluno e seus conhecimentos prévios e situações da vida real; e a encontrarem diferentes maneiras de resolver um problema. Essas estratégias de aprendizado incluem desenvolver analogias e exemplos, fazer *brainstorming*, usar mapas conceituais e encontrar diferentes maneiras de resolver um problema. Estratégias de elaboração são especialmente úteis quando ajudam os estudantes a entenderem novas informações em matemática e reterem essa informação a longo prazo.

O PISA deu aos estudantes questões que mediram seu uso de estratégias de elaboração na matemática (Caixa 6.1). Os resultados indicam que, ao redor

[1] Caine, R., e G. Caine (1991), *Making Connections: Teaching and the Human Brain*, Association for Supervision and Curriculum Development, Alexandria, Virginia.

do mundo, menos estudantes relataram usar estratégias de elaboração para aprender matemática, em comparação com estratégias de memorização ou de controle.

Caixa 6.1 MEDINDO O USO DE ESTRATÉGIAS DE ELABORAÇÃO NO APRENDIZADO DE MATEMÁTICA

Para calcular a frequência com a qual os estudantes usam estratégias de elaboração, perguntou-se aos alunos qual afirmação (abaixo) melhor descreve sua abordagem à matemática usando quatro questões com três respostas mutuamente exclusivas: uma correspondendo a uma estratégia de elaboração, uma correspondendo a uma estratégia de memorização (como fazer exercícios repetitivos) e uma correspondendo a uma estratégia de controle (como criar um plano de estudo ou monitorar o progresso em direção ao entendimento). O *índice de elaboração*, com valores entre 0 e 4, reflete o número de vezes que um estudante escolheu as seguintes afirmações relacionadas à elaboração sobre como eles aprendem matemática:

a) Quando estudo para uma prova de matemática, tento entender novos conceitos relacionando-os a coisas que já sei;
b) Quando estudo matemática, penso em novas maneiras de obter a resposta;
c) Quando estudo matemática, tento relacionar o que estou estudando a coisas que já havia aprendido em outras disciplinas;
d) Eu penso sobre como a matemática que já aprendi pode ser usada no meu dia a dia.

As afirmações a), c) e d) estão diretamente relacionadas à definição de elaboração: elas medem até onde o estudante consegue fazer conexões entre a tarefa em questão, conhecimentos prévios e suas experiências de vida. A afirmação b) reflete a ideia de procurar novas alternativas, um processo criativo inerente ao processo de elaboração.

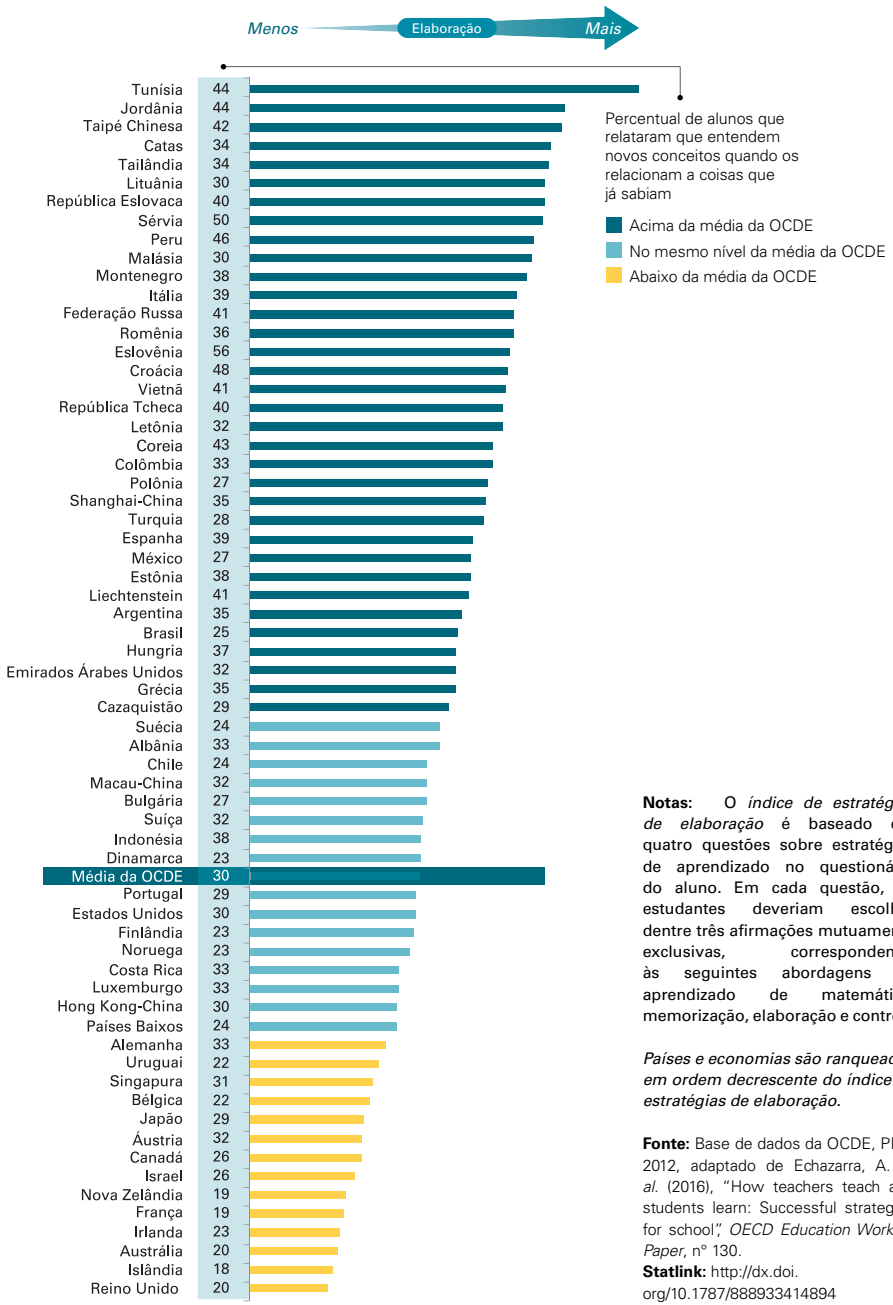
Como mostra a Figura 6.1, apenas em um terço dos países pesquisados, o estudante médio disse que ele ou ela usa estratégias de elaboração em pelos menos uma das quatro questões sobre estratégias de aprendizado. Isso é surpreendente, dado quão positivamente as pesquisas em educação de matemática veem estratégias de aprendizado do tipo de elaboração. Os resultados também revelam diferenças interessantes entre os países. Por exemplo, como mostra a Figura 6.1, estratégias de elaboração não são frequentemente usadas em países de língua inglesa, incluindo Austrália, Canadá, Irlanda, Nova Zelândia e Reino Unido.

Como o uso de estratégias de elaboração relacionam-se ao sucesso do estudante na matemática?

Alunos que usam estratégias de elaboração tendem a ser confiantes em suas habilidades matemáticas, interessados em matemática e não são ansiosos em relação a essa disciplina. Ainda assim, tais atitudes positivas frente à matemática não necessariamente se traduzem em um desempenho geral melhor nas provas. Os resultados do PISA não indicam uma diferença notória no desempenho geral de alunos que usam estratégias de elaboração e aqueles que não as usam. Na verdade, os estudantes que usam estratégias de elaboração são frequentemente menos bem-sucedidos na solução dos problemas mais fáceis de matemática do que os alunos que usam outras estratégias de aprendizado, incluindo a memorização.

Figura 6.1 **Uso de estratégias de elaboração por parte dos estudantes**

Baseado nos relatos dos estudantes



Notas: O *índice de estratégias de elaboração* é baseado em quatro questões sobre estratégias de aprendizado no questionário do aluno. Em cada questão, os estudantes deveriam escolher dentre três afirmações mutuamente exclusivas, correspondendo às seguintes abordagens ao aprendizado de matemática: memorização, elaboração e controle

Países e economias são ranqueados em ordem decrescente do índice de estratégias de elaboração.

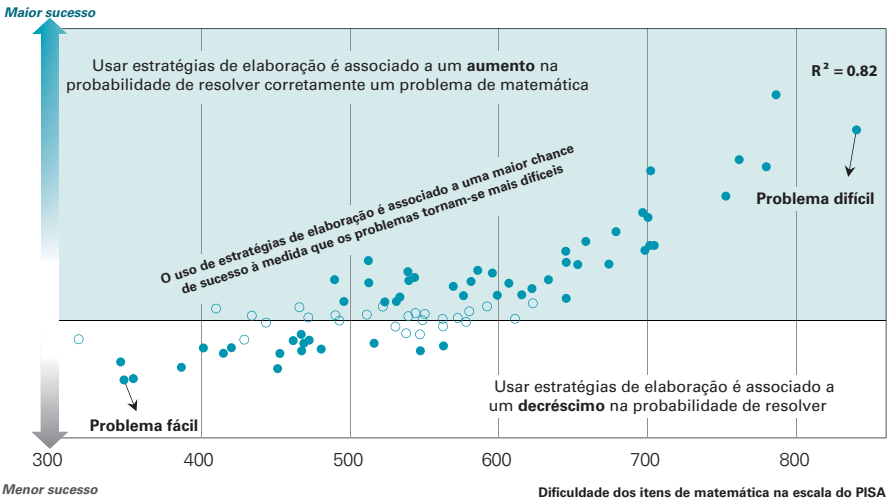
Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school," *OECD Education Working Paper*, nº 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414894

Entretanto, estratégias de elaboração parecem funcionar melhor nos itens mais difíceis do PISA (Figura 6.2). Na média, dentre os países OECD, os alunos que concordaram com as quatro afirmações relacionadas à elaboração tinham uma chance cerca de três vezes maior de serem bem-sucedidos nos itens mais difíceis do que os alunos que sempre escolhiam outras estratégias de aprendizado. Até mesmo dentre os estudantes com autoconfiança similar em matemática ou níveis similares de ansiedade frente à matemática, usar estratégias de elaboração mais frequentemente está relacionado a maior sucesso nos problemas mais difíceis[2]. Isso faz sentido, uma vez que os problemas mais desafiadores de matemática frequentemente requerem um pensamento mais profundo e criativo sobre a melhor maneira de resolver o problema, que é exatamente o que as estratégias de elaboração promovem.

Outra vantagem das estratégias de elaboração é que elas parecem beneficiar igualmente os alunos socioeconomicamente mais favorecidos e os menos favorecidos. Os resultados do PISA indicam que ambos os grupos de alunos são capazes de fazer conexões e procurar maneiras alternativas de encontrar soluções.

Figura 6.2 **Estratégias de elaboração e dificuldade do item**

Razão de chances dentre 48 sistemas educacionais



Nota: Razões de chances estatisticamente significativas são marcadas com um tom mais escuro.
O Chile e o México não estão incluídos na média da OCDE.
Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, nº 130.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414903

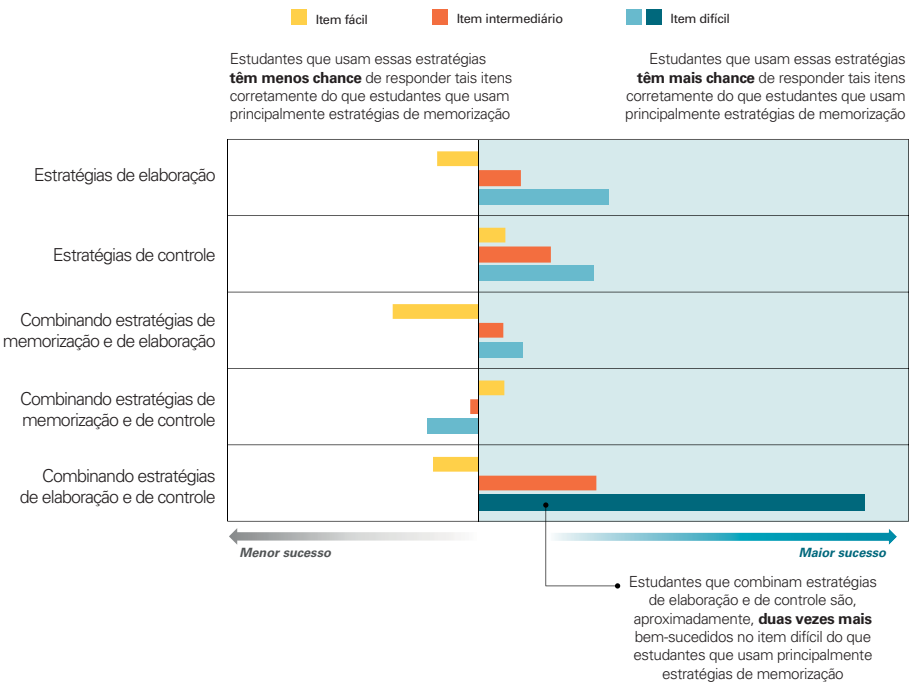
[2] Echazarra, A., *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Papers*, nº. 130, OECD Publishing, Paris.

Qual estratégia de aprendizado é ótima se eu quiser que meus alunos tenham sucesso em todos os tipos de problemas?

Não há uma estratégia de aprendizado única que sirva para todos os alunos e para todos os problemas. Pesquisas na educação de matemática sugerem que a melhor abordagem de aprendizado é aquela que combina várias estratégias de aprendizado. Apesar de sabermos como cada uma das três estratégias de aprendizado analisadas no PISA (memorização, controle e elaboração) funcionam individualmente, o PISA também procura entender como cada estratégia funciona quando usada em combinação com outra (Figura 6.3)

Figura 6.3 **Estratégias de aprendizado puras e mistas e o sucesso nos problemas de matemática**

Razão de chances de ser bem-sucedido nos itens do PISA em comparação com usar principalmente estratégias de memorização, em 48 sistemas educacionais



Nota: Razões de chances para os itens fáceis e intermediários não são estatisticamente significativas. Razões de chances estatisticamente significativas para os itens difíceis são marcados em um tom mais escuro.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012.

Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414913

Como os dados mostram, alunos que combinam estratégias de memorização e controle – ou usam somente estratégias de controle – saem-se melhor nos problemas fáceis de matemática. Mas alunos que usam uma combinação de estratégias de elaboração e de controle têm um resultado geral melhor nas questões intermediárias e difíceis. Na verdade, estudantes que usam ambas as estratégias têm quase duas vezes mais chances de serem bem-sucedidos nos problemas difíceis do PISA do que os alunos que usam principalmente estratégias de memorização.

Aplicando um pouco de criatividade para a resolução de problemas não faz mal para os estudantes que, em princípio, são aprendizes estratégicos e eficientes, do mesmo modo que um pouco de pensamento estratégico pode beneficiar alunos que preferem aprender fazendo conexões e procurando maneiras alternativas de buscar soluções. Portanto, os professores não necessariamente precisam pensar sobre qual estratégia devem enfatizar para um problema ou conceito matemático específico. Ao invés disso, eles devem garantir que os estudantes estejam familiarizados com uma variedade de estratégias de aprendizado e que eles entendam quando usar cada uma – individualmente ou como parte de uma combinação – aos problemas de matemática que encontrarem.

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Enfatize o uso de estratégias de elaboração em tarefas desafiadoras.
O sucesso nos problemas de matemática mais difíceis pode ser atingido ou aumentado encorajando-se os estudantes a usarem estratégias de elaboração mais intensivamente. Fazer conexões, *brainstorming* e pensar criativamente sobre a melhor maneira de resolver um problema torna-se necessário em problemas nos quais uma solução imediata não é óbvia.

Desafie todos os seus alunos, sem aumentar a ansiedade da matemática.
A maioria dos professores acredita que seus alunos devem ser constantemente desafiados. Estratégias de elaboração desafiam todos os estudantes, independentemente de seus históricos socioeconômicos, a relacionarem problemas a seus conhecimentos prévios e suas próprias experiências de vida e a encontrar novas maneiras de resolver problemas. Alunos que usam essas estratégias de aprendizado também exibem níveis mais baixos de ansiedade perante a matemática e um autoconceito maior em matemática.

Desenvolva aprendizes versáteis.
Um bom aprendiz é um aprendiz que consegue usar e combinar estratégias, dependendo da tarefa em questão e do contexto no qual o aprendizado ocorre. Encoraje combinações de estratégias de aprendizado, particularmente estratégias de elaboração e controle. Isso fornece aos alunos direção e pensamento estratégico suficientes para os problemas mais fáceis de matemática e motivação e criatividade suficientes para os problemas mais complexos.

Crie avaliações que desafiem os alunos a se prepararem para um aprendizado mais profundo.
Os professores devem desenvolver lições de casa e provas que desafiem os estudantes a irem além do aprendizado superficial, ajudando-os a estar à altura do desafio.

7

Os históricos dos estudantes influenciam em como eles aprendem matemática?



Todos já ouvimos que o lar e a vida familiar do estudante são vitais para seu sucesso. O ambiente em que uma jovem pessoa é criada, os recursos aos quais ela tem acesso, a educação de seus pais – tudo isso pode influenciar o desempenho do aluno na escola e mais tarde em sua vida. Em muitos países, a educação pública foi criada para ser um grande equalizador. A educação moderna foi projetada para dar aos estudantes de todos os tipos de histórico uma oportunidade igual para o sucesso na escola e na sociedade. Se as escolas são projetadas para promover igualdade, será que os professores devem considerar os históricos socioeconômicos de seus estudantes quando decidirem como ou o quê vão ensinar?

As análises do PISA examinaram quanta exposição os estudantes têm aos conceitos matemáticos e se a familiaridade que têm com a matemática está relacionada a seus próprios históricos. Os resultados indicam que a exposição dos estudantes a conceitos matemáticos varia de acordo com seus *status* socioeconômico.

Os estudantes menos favorecidos socioeconomicamente são expostos com menos frequência a conteúdo de matemática?

Governos nacionais ou locais frequentemente determinam quantas horas por dia os estudantes devem estar na escola. Essas regulações podem se estender até mesmo à sala de aula, sugerindo ou ditando quantas horas por semana os alunos devem passar em aulas de uma disciplina específica. Portanto, estudantes de diferentes históricos socioeconômicos podem passar o mesmo número de horas por semana em aulas de matemática, mas seus resultados podem diferir consideravelmente. Estudantes socioeconomicamente menos favorecidos podem não ser expostos ao mesmo conteúdo de matemática que alunos mais favorecidos, se eles têm mais chance de frequentar escolas com um currículo de matemática menos desafiador (como as escolas vocacionais), se são divididos em salas ou grupos de habilidade nos quais matemática menos avançada é ensinada ou se acabam em escolas ou salas com climas disciplinares piores e ambientes de aprendizado mais pobres. O que importa é o conteúdo apresentado no tempo de instrução e a qualidade da instrução.

Os dados do PISA mostram grandes disparidades entre países na medida em

que a familiaridade com a matemática relatada pelos alunos varia dentro de cada país. Uma das áreas de variação é a exposição dos estudantes tanto à matemática pura quanto à matemática aplicada. Tarefas de matemática pura incluem usar funções e equações, ao que matemática aplicada requer que os estudantes usem seus conhecimentos de matemática para resolverem problemas que possam encontrar na vida real (ver Questão 8 deste relatório). De acordo com o PISA, alunos menos favorecidos são expostos com menos frequência tanto à matemática pura quanto à aplicada, em comparação com seus colegas mais favorecidos (Figuras 7.1a e 7.2b). Em média, nos vários países OECD, cerda de 65% dos estudantes socioeconomicamente mais favorecidos; mas apenas 43% dos alunos menos favorecidos relataram que eles sabem bem ou ouviram com frequência o conceito de função quadrática.

O que esses dados nos dizem sobre a eficácia do tempo que os alunos menos favorecidos gastam estudando matemática na escola? Mesmo com um investimento de tempo similar, os alunos menos favorecidos relataram que ouviram sobre conceitos-chave da matemática com menos frequência, gastaram menos tempo resolvendo equações e se envolveram menos frequentemente em tarefas relativamente simples de matemática aplicada. A questão que os legisladores, escolas e professores devem estar se perguntando agora é: o que esses estudantes fazem durante as várias horas que passam em aulas de matemática é tão diferente do que os alunos com um histórico mais privilegiado fazem?

Parte da resposta está na maneira como os sistemas escolares são organizados e como eles separam os alunos em diferentes escolas e caminhos; mas outra parte é relacionada ao que escolas e professores estão fazendo para garantir que quaisquer *gaps*, ou falhas, de conhecimento e entendimento matemático dentre os alunos menos favorecidos sejam preenchidos e para garantir que eles não aumentem ano após ano.

Os professores são, no geral, comprometidos a fornecer oportunidades iguais de educação; eles sabem que nem todos os estudantes estão igualmente prontos para progredir e avançar na mesma velocidade. Nos países OECD, cerca de 70% dos alunos frequentam escolas nas quais os professores acreditam que seja melhor adaptar a instrução acadêmica aos níveis e necessidades dos alunos. Entretanto, adaptar aulas para as habilidades e necessidades de cada aluno e, simultaneamente, avançar no aprendizado de todos os alunos da sala é complicado. Há sempre o risco de baixar o padrão das aulas, com severas consequências para o futuro dos alunos menos favorecidos.

Caixa 7.1 APOIANDO PROFESSORES EM ESCOLAS MENOS FAVORECIDAS

Professores em escolas com maiores proporções de alunos com históricos socioeconômicos desprivilegiados frequentemente enfrentam vários desafios adicionais quando comparados com seus pares em escolas mais favorecidas. Além dos problemas em projetar o currículo discutidos aqui, os professores de estudantes menos favorecidos podem também ter que trabalhar com menos recursos educacionais, turmas maiores e alunos que interrompem mais. Não é surpresa, então, que os professores nessas circunstâncias frequentemente relatem uma menor satisfação com seus empregos do que seus pares que não têm que trabalhar nessas condições.

A pesquisa do TALIS 2013 olhou para elementos que poderiam estar relacionados à satisfação do professor em relação a seu emprego em todas as escolas, e em escolas onde a população de alunos é menos favorecida. Os resultados indicam que em escolas com maiores necessidades (onde mais de 30% da população dos estudantes é composta por alunos que têm outra língua nativa, alunos com necessidades especiais ou alunos socioeconomicamente desprivilegiados), os professores demonstraram menos descontentamento com seus empregos quando eles estavam envolvidos em redes colaborativas com seus colegas. As escolas são encorajadas a adotar práticas que expandam os *networks* dos professores para troca de ideias, recursos e experiências.

Apoio adicional para os professores em escolas menos favorecidas seria benéfico, como discutido na Caixa 7.1. Além disso, pode ser necessário oferecer um apoio mais individualizado para os alunos com dificuldades. Os professores precisam de maior apoio para usar pedagogias, como agrupamento flexível ou estratégias de aprendizado baseadas em cooperação, que aumentam as oportunidades de aprendizado para todos os alunos em aulas de habilidades mistas.

Essa diferença em exposição à matemática afeta o desempenho dos estudantes menos favorecidos?

A resposta curta para essa pergunta é "sim": o grau de familiaridade dos alunos com conceitos matemáticos está relacionado ao *gap* de desempenho entre estudantes mais favorecidos e menos favorecidos. Na verdade, em diversos países, 19% da diferença de desempenho entre alunos socioeconomicamente favorecidos e desfavorecidos podem ser explicados pelos diferentes níveis de exposição à matemática (Figura 7.2). A forte relação entre o desempenho e a exposição à matemática é uma via de mão dupla. Pouca exposição a conceitos e tarefas importantes certamente limita a capacidade dos alunos de resolverem problemas complexos; mas o desempenho dos estudantes em matemática também pode influenciar na frequência com que eles são

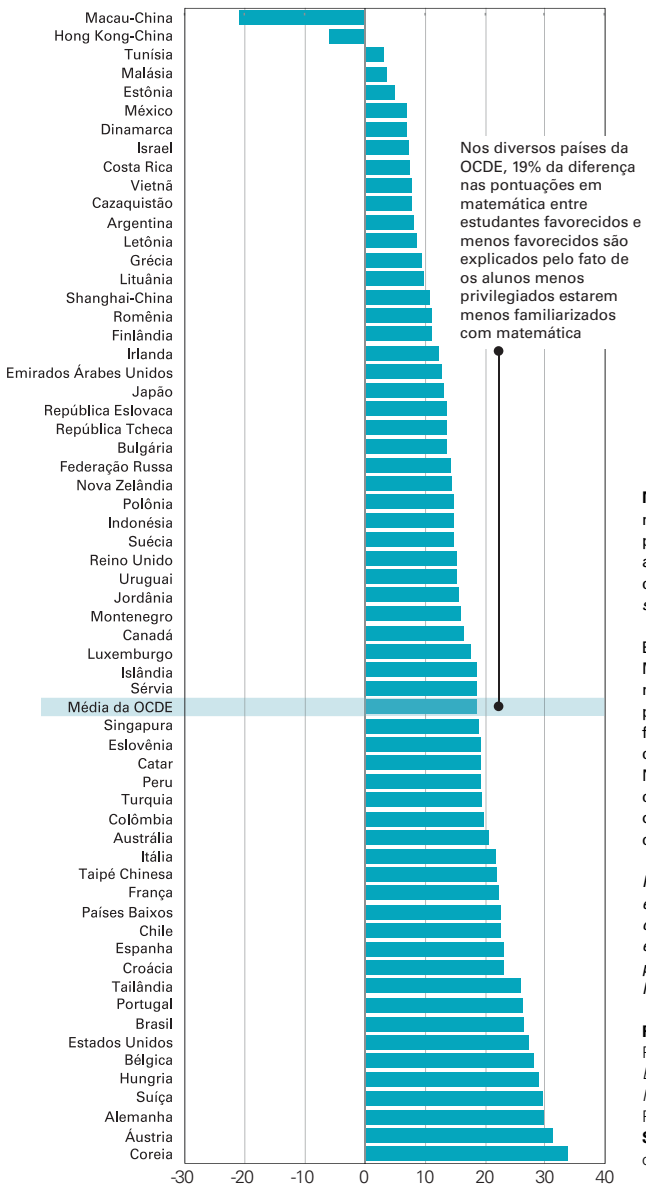
expostos a conteúdo matemático, uma vez que os professores adaptam suas aulas para atender – e expandir – as habilidades de seus alunos.

Quando olhamos para os dados mais detalhadamente, fica aparente que as diferenças de desempenho entre estudantes mais favorecidos e menos favorecidos variam com a dificuldade dos problemas de matemática. Apesar de os alunos menos favorecidos ficarem para trás em comparação com seus colegas mais favorecidos em todos os itens testados, eles ficam ainda mais para trás nos itens mais difíceis. Na média, no países OECD, um aluno menos favorecido tem 1,3 vez menos chance de resolver os problemas mais fáceis do exame do PISA, mas mais de três vezes menos chance de resolver corretamente os mais difíceis. Uma vez que a relativa falta de familiaridade dos estudantes com esses conceitos matemáticos é levada em conta, o *gap* de desempenho relacionado a seus *status* estreita-se em todos os problemas de matemática do PISA, independentemente do nível de dificuldade.

Resolver problemas, modelar e aplicar conceitos matemáticos torna as aulas mais exigentes, tanto para professores quanto para os estudantes. Estudantes mais fracos – e, particularmente, alunos menos favorecidos – são menos confiantes em suas habilidades matemáticas e tendem a preferir mais direcionamento externo. Esses estudantes podem precisar de apoio adicional para, por exemplo, identificar as ideias matemáticas pretendidas embutidas em problemas contextualizados ou para descrever essas ideias para o resto da turma. Dito isso, os professores de matemática não devem ser desencorajados de integrar a solução de problemas em sua instrução quando lecionam para turmas mais fracas. Os alunos que estão menos familiarizados com matemática ainda podem participar se o professor construir um relacionamento de apoio com os estudantes, conduzir sessões de tutoria individualizada, construir em cima do que o aluno já sabe, preservar a equidade dentre os alunos na sala de aula e tornar mais explícitas as normas de sala de aula desejadas. *Networks* formais e informais de professores podem ser plataformas úteis para compartilhar experiências e ideias.

Figura 7.2 **Diferenças no desempenho relacionadas à familiaridade com matemática**

Percentual da diferença pontuação-ponto entre alunos privilegiados e alunos menos favorecidos explicado pela diferença de familiaridade com matemática



Notas: Estudantes socioeconomicamente privilegiados (menos privilegiados) são definidos como aqueles no quarto superior (inferior) do *índice PISA de status econômico, social e cultural.*

Em Hong Kong-China e em Macau-China, o percentual é negativo porque os alunos menos privilegiados relataram uma maior familiaridade com a matemática do que os alunos mais favorecidos. Nessas economias, eliminar a diferença de familiaridade ampliaria o *gap* de desempenho entre esses dois grupos de estudantes.

Países e economias são ranqueados em ordem crescente do percentual do gap *de desempenho entre estudantes privilegiados e menos privilegiados explicado pela familiaridade com a matemática.*

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377436

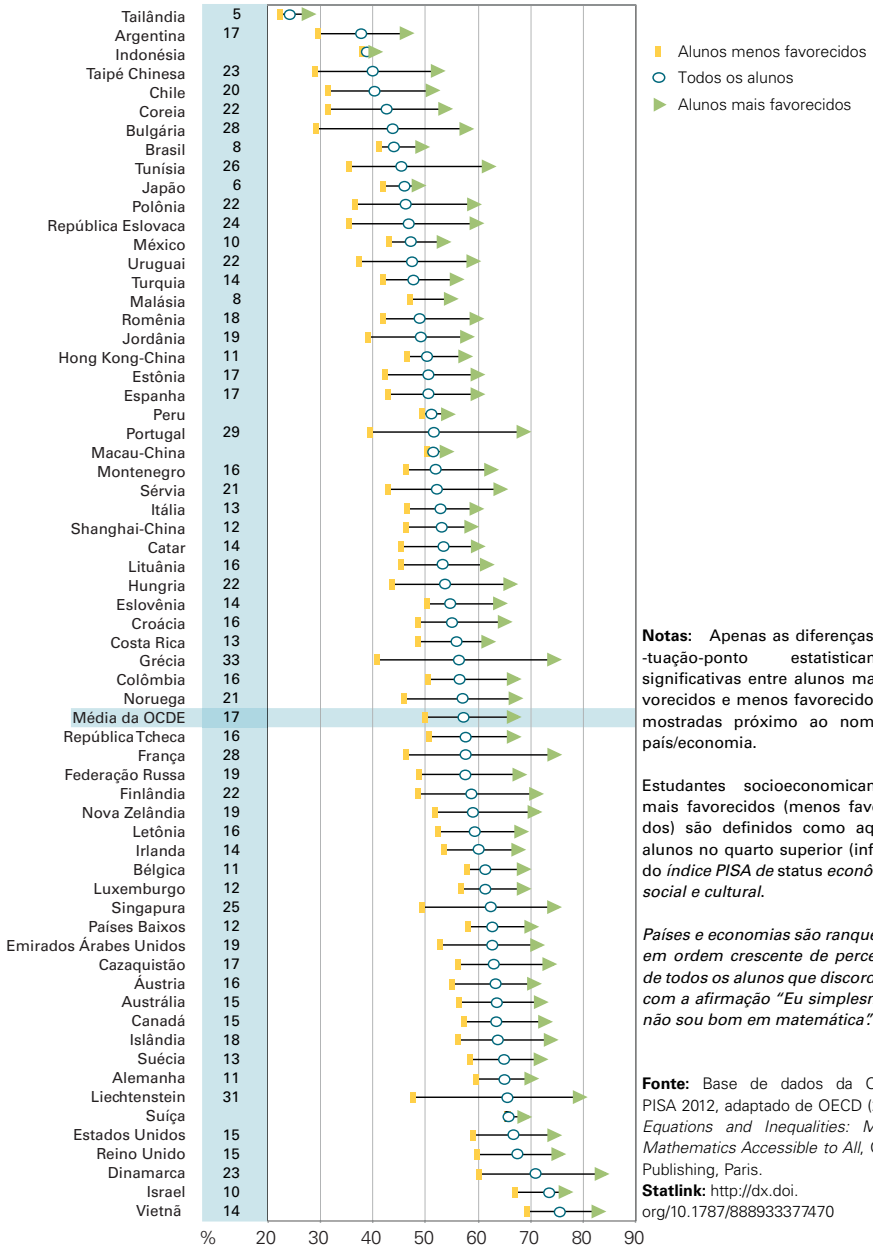
O que mais é influenciado pelo *status* socioeconomico de um estudante?

Infelizmente, a desvantagem socioeconômica tem uma relação negativa com mais do que apenas o desempenho em matemática. Ela também influencia as atitudes dos alunos perante a matemática como um todo. Os resultados do PISA indicam que alunos menos favorecidos têm muito mais chance de ter uma visão negativa de suas capacidades em matemática do que seus pares mais favorecidos (Figura 7.3). O sentimento de "realmente não ser bom" em matemática está provavelmente relacionado ao desempenho mais fraco dos estudantes na disciplina.

Os sentimentos negativos de um estudante sobre suas habilidades matemáticas podem ter um impacto muito amplo. Por exemplo, estudantes que têm um baixo autoconceito em matemática podem também ter sentimentos de ansiedade em relação à disciplina. E tais atitudes negativas podem ser levadas adiante na vida adulta, afetando até mesmo as expectativas dos estudantes para suas carreiras futuras. Os dados indicam que estudantes com atitudes negativas perante matemática também têm menos chance de desejar seguir uma carreira em ciências quando adultos. Na verdade, apenas 13% dos alunos menos favorecidos e 28% dos alunos mais favorecidos nos países OECD relataram que esperam trabalhar como um profissional nos campos de ciência, tecnologia, engenharia ou matemática.

Figura 7.3 **Autoconceito em matemática, por *status* socioeconômico dos estudantes**

Percentual de alunos que relataram que "discordam" ou "discordam plenamente" com a afirmação "Eu simplesmente não sou bom em matemática"



Notas: Apenas as diferenças pon-tuação-ponto estatisticamente significativas entre alunos mais favorecidos e menos favorecidos são mostradas próximo ao nome do país/economia.

Estudantes socioeconomicamente mais favorecidos (menos favorecidos) são definidos como aqueles alunos no quarto superior (inferior) do *índice PISA de* status *econômico, social e cultural.*

Países e economias são ranqueados em ordem crescente de percentual de todos os alunos que discordaram com a afirmação "Eu simplesmente não sou bom em matemática".

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377470

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Garanta que seu próprio ensino não impeça os alunos de adotarem estratégias de controle.
Quando os professores adotam certas práticas de ensino, eles podem inadvertidamente reforçar o uso de certas estratégias de aprendizado. Por exemplo, ao dar uma lição de casa que inclua exercícios repetitivos de matemática, você pode encorajar os alunos a usar memorização em vez de estratégias de controle (a Questão 4 deste relatório discute os aspectos positivos e negativos da memorização).

Revise o currículo que você deverá cumprir durante o ano.
Seja com outros professores em seu departamento de matemática ou por conta própria, tome nota do currículo que você planeja cobrir em suas aulas de matemática e compare-o com um ou mais dos seguintes *benchmarks*:

- Padrões nacionais em matemática para a faixa etária;
- Planos de currículo de uma escola da vizinhança (possivelmente com uma população de estudantes mais favorecidos);
- Os tópicos que foram cobertos em anos anteriores na sua turma ou em outras turmas da sua escola.

Examine até onde você adapta a cobertura e a velocidade do seu ensino para o nível de preparação dos seus estudantes. Pense se você pode encontrar maneiras de construir pontes sobre o *gap* de conhecimento dos alunos mais fracos sem nivelar por baixo o conteúdo. Considere como você pode melhorar a transição de um tópico para o próximo e destacar as conexões entre os tópicos. Encontre áreas nas quais você pode simplificar o conteúdo para disponibilizar mais tempo para focar em grandes ideias matemáticas e preencher os *gaps* de conhecimento entre seus alunos mais fracos.

Não se esquive de tópicos matemáticos desafiadores.
Todos os estudantes, independentemente de suas habilidades ou histórico socioeconômico, devem ser desafiados em matemática. Mesmo que seus alunos possam não se tornar grandes matemáticos no futuro, eles ainda assim precisam saber como raciocinar matematicamente para serem bem-sucedidos mais tarde em suas vidas. Seja sensível e compreensível com o fato de que problemas matemáticos desafiadores podem aumentar a ansiedade em alunos com desempenho mais fraco. Ofereça apoio extra para esses alunos, mas não evite simplesmente abordar tópicos difíceis ou resolver problemas. Tente usar tarefas e problemas que estimulem o envolvimento referindo-se a experiências que seus alunos vivenciaram pessoalmente. Encoraje a participação ativa de todos os estudantes criando um relacionamento de apoio com eles, construindo em cima do que eles já sabem, conduzindo sessões de tutoria individualizada sempre que possível, preservando a equidade dentre os alunos na sala de aula e explicitando as normas de sala de aula desejadas.

Conscientize seus alunos da importância da matemática em suas futuras carreiras, particularmente os alunos com históricos desprivilegiados.
Seja com o especialista em carreiras da escola, com outros em seu departamento ou por conta própria, passe um pouco de tempo conversando com seus alunos sobre quais carreiras dependem de matemática e de habilidades de raciocínio. Muitos estudantes não fazem a conexão entre os problemas que eles resolvem na aula e o trabalho na vida real. Se os estudantes puderem entender melhor como a matemática pode beneficiar seus futuros, eles podem ter mais interesse na disciplina e continuar a persegui-la após o término de seus ensinos escolares obrigatórios.

8

O meu ensino deve enfatizar os conceitos matemáticos ou como esses conceitos são aplicados no mundo real?



Em muitos países, a maneira como a matemática é ensinada mudou bastante em comparação com quando os professores de hoje ou pais de crianças em idade escolar estavam na escola. Mas folheando um livro didático de matemática atualmente, você provavelmente ainda verá uma matemática muito diferente daquela que poderia ser usada em um local de trabalho moderno. A matemática usada em um local de trabalho é centrada na resolução de problemas, usando abordagens pragmáticas e técnicas que são eficientes para uma variedade de tarefas. A matemática que é ensinada nas escolas é, muitas vezes, considerada consistente e geral, o que pode explicar por que os estudantes estão frequentemente incertos de como certos conceitos que eles estão aprendendo podem se relacionar a problemas do mundo real.

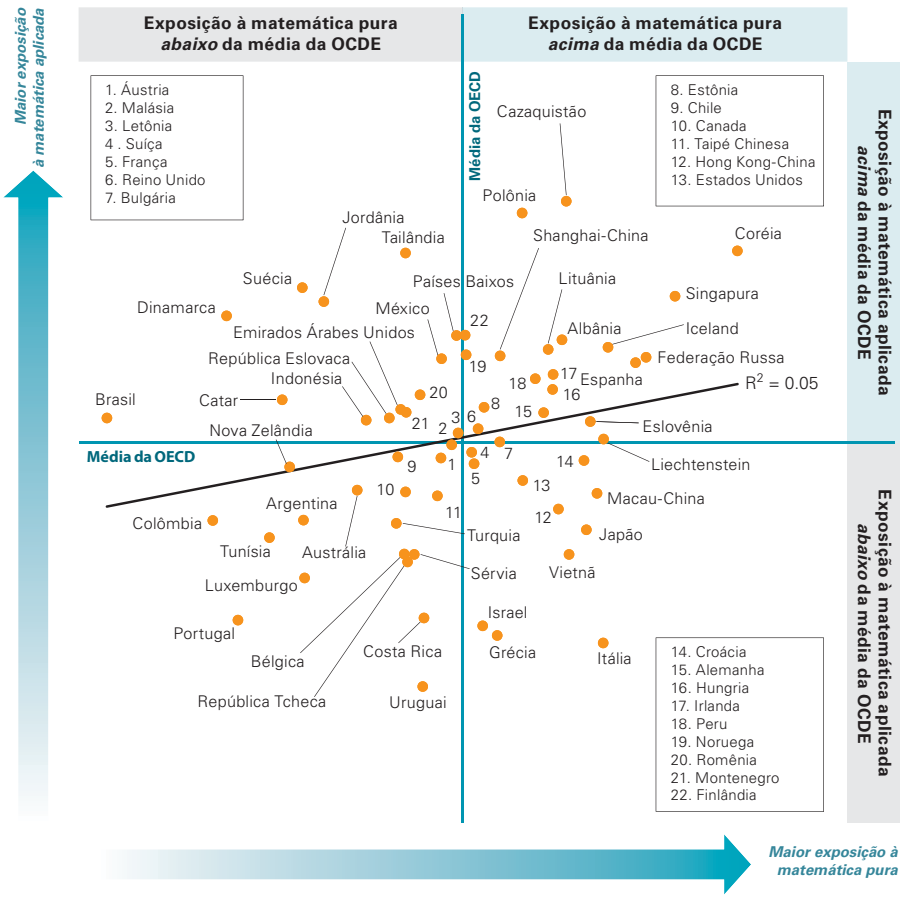
Debates sobre a melhor maneira de ensinar matemática têm ocorrido há décadas, mas geralmente é um consenso que os estudantes devem ser capazes de realizar, de maneira confiante e sem esforço, algumas funções matemáticas e, ao mesmo tempo, ser capazes de aplicar conceitos que aprenderem para um problema novo ou da vida real. Em outras palavras, os estudantes devem ser competentes e flexíveis em suas habilidades matemáticas. O que ajuda a desenvolver essas habilidades nos estudantes? Os dados do PISA revelam uma ligação entre a exposição dos estudantes a diferentes tipos de matemática e seus desempenhos na avaliação do PISA.

Os currículos focam em matemática pura ou aplicada?

Educadores de matemática geralmente discordam sobre se é mais importante ensinar matemática "pura" ou matemática "aplicada" nas escolas. O ensino de conceitos matemáticos puros, ou formais, foca nas regras da matemática separadas do mundo a nossa volta, normalmente enfatizando equações e fórmulas. A matemática aplicada, por outro lado, permite aos aprendizes aplicar conceitos e modelos matemáticos para resolver problemas do mundo real. Essa é a matemática que é principalmente usada em vários ramos da ciência, engenharia e tecnologia.

Ao redor do mundo, os currículos de matemática variam de país para país no sentido de quão frequentemente os alunos são expostos a diferentes tipos de matemática. A Figura 8.1 mostra que há grandes diferenças, nos diversos países, na exposição dos alunos à matemática pura e aplicada nas escolas. Nos vários sistemas de educação, há apenas uma fraca relação entre a exposição média à matemática aplicada e a exposição média à matemática pura, o que significa que, na maioria dos países, os dois métodos de instrução coexistem.

Figura 8.1 **Relação entre a exposição dos estudantes à matemática pura e aplicada, por país**



Nota: O *índice de exposição à matemática pura* mede a experiência relatada pelo estudante com tarefas de matemática que requerem conhecimento de álgebra (equações lineares e quadráticas).

O *índice de exposição à matemática aplicada* mede a experiência relatada pelo aluno com tarefas de matemática aplicada na escola, tais como calcular, a partir de uma tabela de horários de um trem, quanto tempo levaria para ele ir de um lugar para outro, ou calcular quão mais caro é um computador após adicionar os impostos.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933376914

Como a exposição à matemática pura e aplicada relaciona-se ao desempenho do estudante?

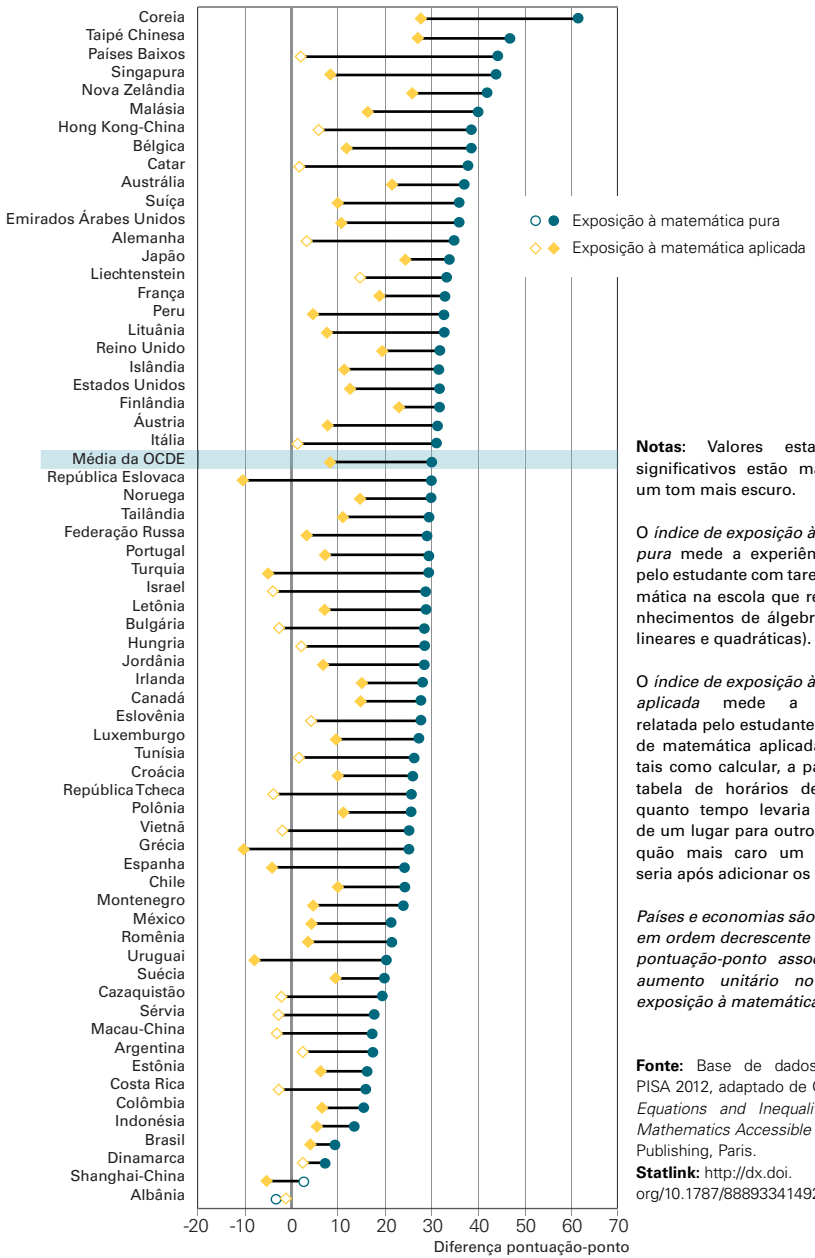
Os dados do PISA indicam que a exposição mais frequente a conceitos e procedimentos matemáticos está associada a um melhor desempenho em matemática (Figura 8.2). A relação entre exposição a matemática pura e o desempenho é forte e é observada em todos os países e economias do PISA. Uma análise mais profunda dos dados mostra que uma maior exposição à matemática pura aumenta as chances de que o aluno seja um dos com melhor desempenho em matemática, e reduz as chances que ele ou ela tenha um desempenho ruim.

Há também uma relação entre a exposição à matemática aplicada e o desempenho do aluno, mas não tão forte como a com a matemática pura, e não é observada em todos os países. Na verdade, em alguns países, a maior exposição à matemática aplicada é relacionada a um pior desempenho do aluno. A razão disso pode ser porque, no PISA, os alunos devem relatar seus graus de exposição a tarefas simples de matemática aplicada (como descobrir, a partir de uma tabela de horários de um trem, quanto tempo demoraria para ele ir de um lugar a outro), e os alunos com menor desempenho têm mais chance de terem sido expostos a esses tipos de tarefas, em comparação com os alunos com melhor desempenho.

Essas simples tarefas aplicadas normalmente na escola são tarefas de matemática de rotina "fantasiadas" de palavra do dia a dia, não requerendo do aluno nenhum pensamento mais profundo ou habilidade de modelagem. A solução de problemas mais envolvida e multifacetada em diferentes contextos provavelmente é mais benéfica, porque ela pode ensinar aos alunos como questionar, fazer conexões e previsões, conceituar e construir modelos para interpretar e entender situações reais.

Figura 8.2 **Relação entre a exposição a matemática pura e desempenho na matemática**

Diferença pontuação-ponto no desempenho em matemática associada a maior exposição à matemática pura ou aplicada



Notas: Valores estatisticamente significativos estão marcados em um tom mais escuro.

O *índice de exposição à matemática pura* mede a experiência relatada pelo estudante com tarefas de matemática na escola que requerem conhecimentos de álgebra (equações lineares e quadráticas).

O *índice de exposição à matemática aplicada* mede a experiência relatada pelo estudante com tarefas de matemática aplicada na escola, tais como calcular, a partir de uma tabela de horários de um trem, quanto tempo levaria para ele ir de um lugar para outro, ou calcular quão mais caro um computador seria após adicionar os impostos.

Países e economias são ranqueados em ordem decrescente de diferença pontuação-ponto associada a um aumento unitário no índice de exposição à matemática pura.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*, OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414925

O que isso significa para o meu ensino?

O conhecimento da terminologia, dos fatos e dos procedimentos da matemática é benéfico para o desempenho, no geral, das tarefas matemáticas, sendo especialmente útil para problemas mais desafiadores. Mas é preciso mais do que conhecimento do conteúdo e prática para ser bem-sucedido na solução de problemas. Os estudantes ainda precisam ser capazes de pensar e raciocinar matematicamente. As análises do PISA olharam para dois problemas diferentes na avaliação de 2012, uma que requeria que os alunos respondessem à questão usando uma fórmula específica (Questão 1: TAXA DE GOTEJAMENTO) e uma que pedia aos alunos para se envolverem em um complexo raciocínio usando uma fórmula que eles deveriam conhecer mas que não foi referida no texto (Questão 2: PORTA GIRATÓRIA). A segunda questão requereu dos estudantes a capacidade de modelar uma situação real na forma matemática, o que exigia um alto nível de habilidade na matemática (ver Caixa 8.1 na página seguinte para o texto integral de ambos os problemas).

Os dados do PISA mostram que a familiaridade com conceitos matemáticos explica uma grande parte da variação entre a *performance* na Questão 1: TAXA DE GOTEJAMENTO – uma questão que exigia principalmente a aplicação do conhecimento de um procedimento – e a na Questão 2: PORTA GIRATÓRIA – que exigia que os alunos se envolvessem em um raciocínio mais avançado.

O que isso sugere é que a exposição à matemática formal pode melhorar a *performance* do estudante, mas só até certo ponto. Apenas estar familiarizado com conceitos matemáticos não é o suficiente para resolver problemas que requerem um pensamento profundo e habilidades de raciocínio.

Várias outras habilidades são centrais para a proficiência matemática. Essas incluem a habilidade de usar uma grande variedade de estratégias matemáticas; a habilidade de raciocinar usando ideias matemáticas e comunicar esse raciocínio de maneira eficaz; a habilidade de usar o conhecimento e o tempo disponíveis de maneira eficiente; e a disposição de ver a matemática como algo útil e que vale a pena, aliada com a confiança nas próprias habilidades. Os professores de matemática mais eficazes cobrem os elementos fundamentais do currículo da matemática e, ainda assim, encontram tempo para expor os alunos a problemas e atividades que exercitem todas essas habilidades.

Caixa 8.1 DOIS ITENS DIFÍCEIS DA AVALIAÇÃO DO PISA 2012

TAXA DE GOTEJAMENTO

Infusões (ou gotejamento intravenoso) são usadas para administrar fluidos e medicamentos a pacientes.



Os enfermeiros precisam calcular a taxa de gotejamento, D, em gotas por minuto para as infusões.
Eles usam a fórmula $D = \frac{dv}{60n}$, onde

d é o fator de gota, em gotas por mililitro (ml);
v é o volume da infusão, em ml;
n é o número de horas necessários de infusão

Questão 1: TAXA DE GOTEJAMENTO

Uma enfermeira deseja dobrar o tempo de execução de uma infusão.
Descreva precisamente como D muda se n é **dobrado** mas d e v não mudam.

.....

.....

PONTUAÇÃO

INTENÇÃO DA QUESTÃO:

Descrição: Explicar o efeito que dobrar uma variável em uma fórmula tem no resultado final quando as outras variáveis são mantidas constantes;
Área de conteúdo matemático: Variação e relações;
Contexto: Ocupacional;
Processo: Empregar (uma fórmula)

Pontuação Total

A explicação descreve tanto a direção quanto a magnitude do efeito.

Ele cai pela metade;
Ele é a metade;
D será 50% menor;
D terá metade de seu tamanho.

Pontuação Parcial

Uma resposta que diga corretamente a direção OU a intensidade do efeito, mas não AMBOS.

D diminui [sem falar quanto]
Há uma mudança de 50% [sem dizer a direção]
D fica 50% maior [direção incorreta, mas tamanho correto]

Caixa 8.1 *continuação*

Sem Pontuação

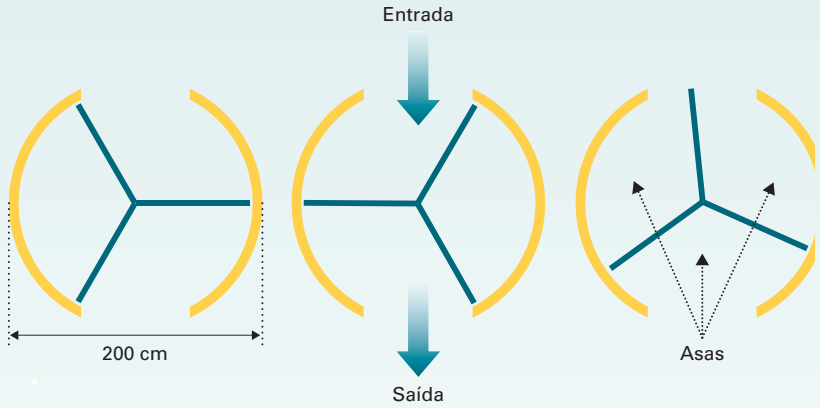
Outras respostas.

D também vai dobrar [tanto a direção quanto o tamanho estão incorretos]

Em branco.

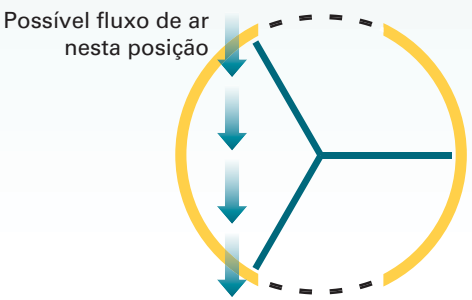
PORTA GIRATÓRIA

Uma porta giratória possui três asas, que giram dentro de um espaço de formato circular. O diâmetro interno desse espaço é 2 metros (200 centímetros). As três asas da porta dividem o espaço em três setores iguais. O plano abaixo mostra as asas da porta em três posições diferentes vistas de cima.



Questão 2: PORTA GIRATÓRIA

As duas aberturas da porta (os arcos tracejados no diagrama) têm tamanhos iguais. Se essas aberturas são largas demais, as asas giratórias não conseguem fornecer um espaço selado e o ar poderia, então, passar livremente entre a entrada e a saída, causando uma perda ou um ganho de calor indesejado. Isso é mostrado no diagrama abaixo.



Caixa 8.1 *continuação*

Qual é o comprimento de arco máximo (cm) que cada abertura da porta pode ter, de modo que o ar nunca passe livremente entre a entrada e a saída?

Comprimento máximo do arco: ..... cm

PONTUAÇÃO

INTENÇÃO DA QUESTÃO:

Descrição: Interpretar um modelo geométrico de uma situação da vida real para calcular o comprimento de um arco
Área do conteúdo matemático: Espaço e formas
Contexto: Científico
Processo: Formular
Formato da questão: Resposta padronizada
Dificuldade: 840,3 pontos

Pontuação Total

Respostas na faixa de 103 a 105. [Aceitar respostas calculadas como 1/6 da circunferência ($\frac{100\,\pi}{3}$). Aceite também uma resposta de 100 apenas se ficar claro que essa resposta resultou do uso de $\pi = 3$. Nota: uma resposta de 100 sem o desenvolvimento do raciocínio poderia ser obtida por uma simples suposição de que a abertura é do mesmo tamanho do raio (comprimento de uma asa).]

Sem Pontuação

Outras respostas.

209 [responder o tamanho total das aberturas em vez do tamanho de "cada" abertura]
Em branco.

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Cubra as ideias matemáticas centrais com profundidade suficiente e mostre como elas estão relacionadas.

Os alunos muitas vezes não entendem como a matemática que eles aprendem na escola pode ser usada no mundo real. Além disso, a ordem dos tópicos apresentados em muitos livros de matemática não deixa claro como certos conceitos estão relacionados uns aos outros. Trabalhe com colegas no seu departamento para ensinar o currículo de uma maneira que deixe claras essas conexões para os estudantes. Quando os estudantes entendem as relações entre os tópicos, eles param de ver a matemática como uma simples lista de fórmulas para memorizar, e o que eles aprendem começa a fazer sentido. Além disso, quando os estudantes entendem por que os conceitos são importantes para suas vidas futuras e possíveis carreiras, eles ficam mais interessados em matemática.

Não cubra somente as partes fundamentais do currículo.

Obviamente, os professores devem cobrir os elementos fundamentais do currículo de matemática, mas ainda assim encontrar tempo para expor os alunos a problemas que promovam um entendimento conceitual e ativem suas habilidades cognitivas. Para fazer isso, pode valer a pena aumentar o seu uso de resolução de problemas como um método de ensinar matemática. Resolução de problemas pode ser usada para introduzir conceitos matemáticos centrais através de aulas envolvendo exploração e descoberta. Isso preparará os estudantes para o raciocínio mais complexo que está envolvido nos problemas de matemática mais difíceis.

Forneça aos estudantes uma variedade de problemas para resolver.

Ensinar os currículos de matemática de hoje em dia, considerados gerais, geralmente torna difícil para os alunos aplicar esse conhecimento a problemas concretos. Os estudantes precisam ser expostos a diferentes representações dos conceitos para que desenvolvam as habilidades necessárias para fazer a tradução do mundo real para o mundo da matemática e vice-versa. Dê aos alunos uma variedade de problemas que incluam problemas contextualizados, nos quais eles precisam aplicar o conhecimento para encontrar uma solução para um problema com o qual já se depararam na vida cotidiana. Pedagogias como aprendizado baseado em projetos ou baseado em problemas apresentam ao aluno problemas do mundo real que eles precisam resolver, geralmente como um time, aplicando as habilidades que acabaram de aprender.

9

Eu devo me preocupar com as atitudes dos meus alunos em relação à matemática?



Todo estudante tem uma disciplina favorita na escola – e uma menos favorita. A razão para tais sentimentos sobre as matérias escolares pode ter a ver com o professor, com o ensino ou com o desempenho do aluno na disciplina, dentre outros fatores. A atitude de um estudante perante uma determinada disciplina influencia sua motivação, seu sucesso na escola nas escolhas futuras em sua carreira. Os dados do PISA indicam que tanto atitudes positivas em relação à matemática quanto a confiança de um aluno em suas habilidades em matemática estão intimamente ligadas às habilidades do estudante em resolver problemas. Resumindo, os professores devem se preocupar com as atitudes dos estudantes em relação à matemática e devem tomar medidas para aumentar os sentimentos positivos dos alunos, a autoconfiança e interesse em matemática, quando preciso.

Como os estudantes sentem-se em relação à matemática?

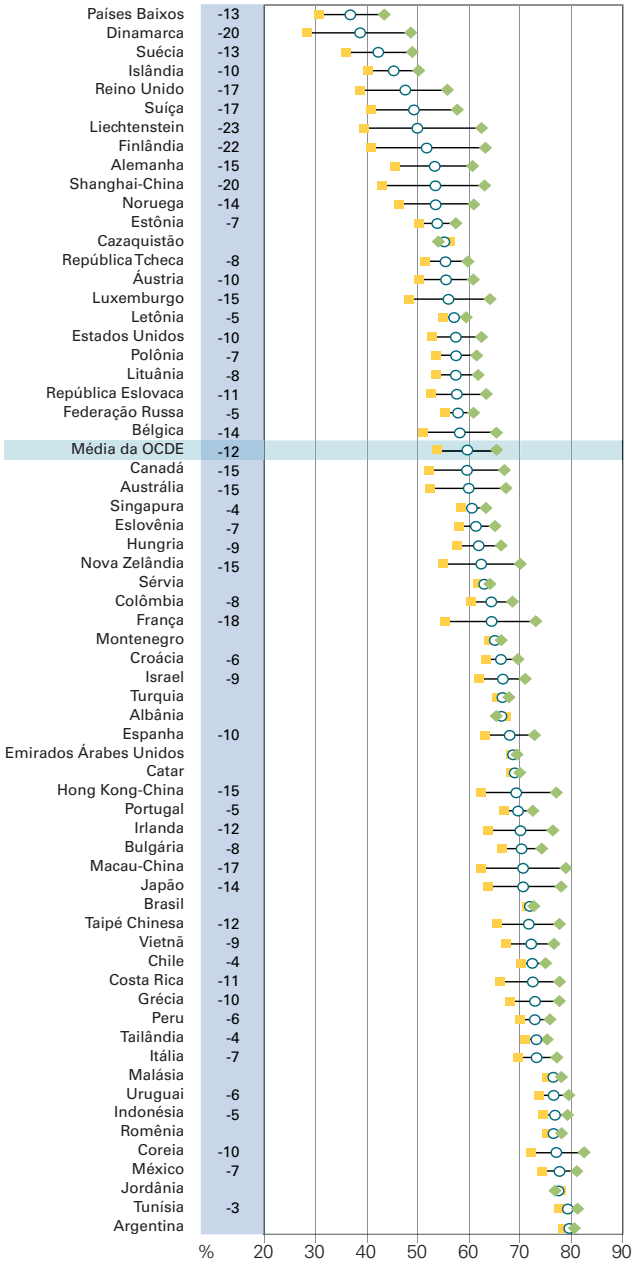
É seguro dizer que, para a maioria dos estudantes nos países do PISA, a matemática não é a matéria favorita deles. Apenas 38% dos estudantes relataram que estudam matemática porque gostam. Na média, nos diversos países da OCDE, 43% dos estudantes acreditam que não são bons em matemática. Esses sentimentos negativos sobre suas próprias habilidades matemáticas podem moldar as ações dos alunos em matemática, especialmente quando eles se sentem confrontados com problemas desafiadores. Além disso, alunos com visões negativas sobre suas próprias habilidades tendem a relatar mais frequentemente que sentem ansiedade perante a matemática. Ansiedade é prejudicial, já que ela frequentemente impede os alunos de demonstrarem suas habilidades reais na matemática. Na média, 59% dos estudantes geralmente se preocupam porque acham que as aulas de matemática serão difíceis para eles. Dentre esses estudantes, as garotas tendem a relatar mais frequentemente ficarem ansiosas com a matemática do que os garotos. Como a Figura 9.1 mostra, nos diversos países da OCDE, 65% das garotas preocupam-se porque acham que terão dificuldades nas aulas de matemática, em comparação com 54% dos garotos que dizem o mesmo.

Os dados do PISA também indicam que as garotas tendem a relatar menos que os garotos que desejam fazer cursos adicionais de matemática após o término de sua educação obrigatória e perseguir carreiras na ciência, matemática, tecnologia ou engenharia. Caso queiramos encorajar mais garotas a adentrarem nos campos relacionados à matemática, precisamos prestar atenção nas suas atitudes com a matemática na escola.

Os sentimentos de um estudante sobre matemática têm um impacto em mais do que simplesmente seu desempenho atual nas aulas de matemática. A falta de confiança em suas próprias habilidades matemáticas pode influenciar as escolhas dos estudantes para suas educações futuras ou carreiras. Dado isso, muitos países começaram a incluir o desenvolvimento de atitudes positivas perante a matemática como um objetivo de seus currículos nacionais de matemática. A Caixa 9.1 fornece alguns exemplos de países ao redor do mundo.

Figura 9.1 **Ansiedade matemática, por gênero**

Percentual de estudantes que relataram que "concordam" ou "concordam plenamente" com a afirmação "Eu frequentemente me preocupo que terei dificuldades nas aulas de matemática"



Notas: Diferenças de percentual-ponto estatisticamente significativas entre garotos e garotas são mostradas próximo ao nome do país/economia.

Os países e economias são ranqueados em ordem crescente do percentual de todos os estudantes que concordaram com a afirmação "Eu frequentemente me preocupo que terei dificuldades nas aulas de matemática".

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016), *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All,* OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377487

Caixa 9.1 DESENVOLVENDO ATITUDES MATEMÁTICAS COMO UM OBJETIVO CURRICULAR

Alguns países incorporaram a melhoria das atitudes em relação à matemática em suas revisões recentes dos currículos de matemática. Os currículos nacionais de matemática na Austrália, Hong Kong-China, Coréia e Singapura incluem textos específicos sobre o desenvolvimento de atitudes positivas dos alunos em relação à matemática, além de focarem nas habilidades matemáticas. Apesar de esses países gerarem alguns dos estudantes com melhor desempenho em matemática do mundo, seus governos reconhecem que apenas o desempenho não é o suficiente. Na Coreia, por exemplo, mesmo com as avaliações internacionais tendo mostrado altas conquistas em matemática, os estudantes também expressaram pouco interesse e baixa autoconfiança em matemática. O governo da Coreia tomou medidas para reduzir e rearranjar alguns dos conteúdos de seu currículo nacional de matemática, de modo a fornecer mais tempo para atividades criativas e autodirigidas. Assim, os estudantes poderiam ficar mais interessados e motivados em seus estudos de matemática[1].

O que pode influenciar os sentimentos dos estudantes em relação à matemática?

Nós aprendemos que os sentimentos dos estudantes em relação à matemática podem ser moldados pelos seus *status* socioeconômicos, e que o gênero também tem um papel no fato de eles ficarem ansiosos ou não com matemática. Os professores certamente devem estar cientes disso quando lecionam para seus alunos, mas há outros fatores relacionados à prática de ensino que também influenciam nessa questão. Nós discutimos as vantagens e desvantagens da exposição dos alunos à matemática pura e aplicada nos seus desempenhos. Os dados também sugerem que, dentre os estudantes de habilidades similares, aqueles que são mais expostos à matemática complexa tendem a se preocupar mais com tirar notas ruins nas aulas de matemática. Além disso, os estudantes que se saem pior em matemática relataram uma maior ansiedade com maior exposição a conceitos matemáticos complexos. Isso faz sentido: se um estudante já está se saindo mal em matemática, ele ou ela naturalmente vai se preocupar quando se deparar com problemas mais difíceis.

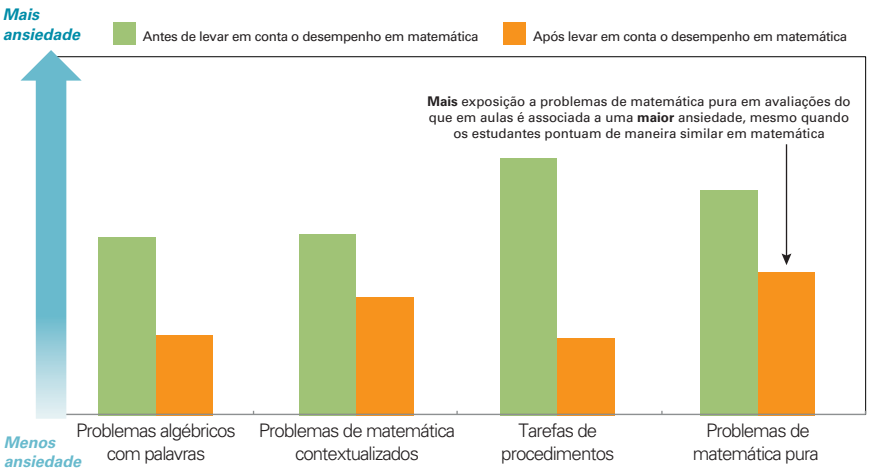
Também nada surpreendente é o fato de que, se os estudantes estão sendo avaliados em algo que eles não sentem que praticaram com muita frequência na aula, eles tendem a ficar mais ansiosos. Como a Figura 9.2 mostra, na média, em vários países, os estudantes que são expostos mais frequentemente a um certo tipo de tarefa de matemática nas suas avaliações

[1] Lew, Hee-chan, Wan-young Cho, Youngmee Koh, Ho Kyoung Koh and Jangsun Paek (2012), "New challenges in the 2011 revised middle school curriculum of South Korea: Mathematical process and mathematical attitude", ZDM, Vol. 44/2, pp.109–19, doi:10.1007/s11858-012-0392-3.

do que nas aulas tendem a ficar mais ansiosos do que os estudantes que tiveram mais oportunidades de praticar a tarefa durante a aula antes de fazer a avaliação.

Figura 9.2 **Ansiedade matemática e a divergência entre o que é ensinado e o que é cobrado**

Mudança na ansiedade dos alunos em relação à matemática associada a uma exposição mais frequente a tarefas de matemática durante avaliações do que durante as aulas, média da OCDE



Nota: Todos os valores são estatisticamente significativos.

A figura compara estudantes que são expostos menos frequentemente a tarefas de matemática em avaliações do que nas aulas com estudantes que são expostos mais frequentemente (ou com a mesma frequência) a tarefas de matemática em avaliações do que nas aulas.

O *índice de ansiedade matemática* é baseado no grau com que os estudantes concordaram com as afirmações: "Eu frequentemente me preocupo que terei dificuldade nas aulas de matemática"; "Eu fico muito tenso quando tenho que fazer lição de casa de matemática"; "Eu fico muito nervoso fazendo problemas de matemática"; "Eu me sinto desamparado quando estou fazendo um problema de matemática" e "Eu me preocupo que tirarei notas baixas em matemática."

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016) *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All* OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377548

O que pode ajudar?

Primeiramente, é importante usar a competição e *rankings* criteriosamente, porque a confiança dos estudantes em suas próprias habilidades é fortemente influenciada por comparações sociais com seus colegas. Em quase todos os países pesquisados, os estudantes que relataram menor familiaridade com matemática do que a média em sua escola também relataram sentirem-se

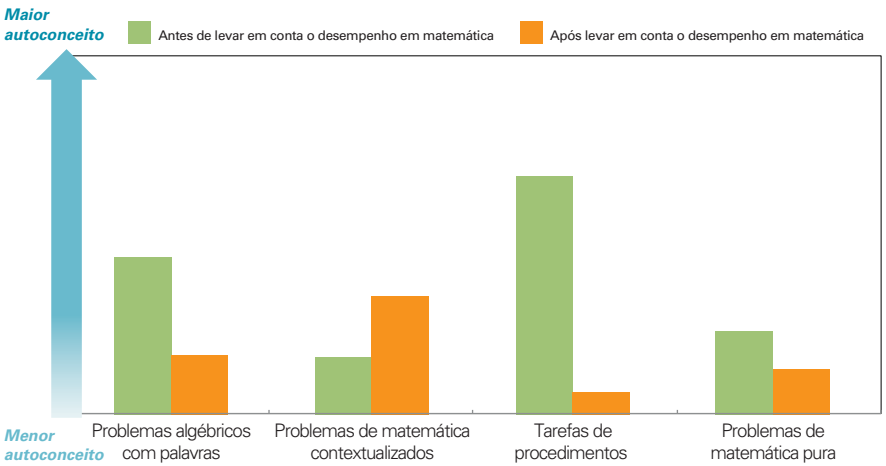
menos confiantes em suas habilidades matemáticas. Em segundo lugar, os professores podem considerar aumentar a exposição dos estudantes à resolução de problemas em contextos do mundo real. Como a Figura 9.3 indica, os alunos que relataram menor exposição a esses tipos de problemas contextualizados, predominantes na matemática aplicada, tais como os usados no PISA, tendem a se sentir mais positivos em relação às suas próprias capacidades em matemática.

Compreensivelmente, as avaliações tradicionais, tais como as provas com tempo marcado, podem também impor um estresse adicional aos estudantes. Pesquisas mostram que, quando os alunos são obrigados a fazer provas de matemática sob condições de tempo marcado e de alto risco, suas ansiedades podem afetar negativamente seus desempenhos nas provas[2]. Oferecer aos alunos uma chance de praticar para testes de alta importância em circunstâncias menos formais – e potencialmente menos estressantes – já é uma prática relativamente comum em muitas escolas e pode ajudar a aliviar a ansiedade. Avaliações formativas, ou fornecer aos alunos um *feedback* contínuo e informal sobre seus progressos, também podem ajudar a aliviar um pouco das preocupações dos alunos em matemática. Os dados do PISA indicam que algumas estratégias comuns de comunicação na aula, tais como dizer aos alunos o que eles devem aprender, o que é esperado deles e informar-lhes sobre seus progressos, estão relacionadas a menores níveis de ansiedade na matemática dentre os estudantes.

[2] Ashcraft, M. and A. Moore (2009), "Mathematics anxiety and the affective drop in performance", *Journal of Psychoeducational Assessment*, Vol. 27/3, pp.197-205.

Figura 9.3 **Relação entre a exposição a tarefas de matemática na sala de aula e o autoconceito dos estudantes**

Mudança no autoconceito dos estudantes em matemática associada a uma exposição mais frequente a tarefas de matemática durante as aulas, média da OCDE



Nota: Todos os valores são estatisticamente significativos.

O *índice de autoconceito em matemática* é baseado no grau com que os estudantes concordaram com as afirmações: "Eu simplesmente não sou bom em matemática"; "Eu tiro boas notas em matemática"; "Eu aprendo matemática rapidamente"; "Eu sempre acreditei que a matemática é uma das minhas melhores disciplinas"; e "Na minha aula de matemática, eu entendo até mesmo as partes mais difíceis".

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de OECD (2016) *Equations and Inequalities: Making Mathematics Accessible to All*. OECD Publishing, Paris.
Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933377533

Os dados do PISA também sugerem que a maneira como o professor ensina pode influenciar como os estudantes se sentem sobre matemática. Por exemplo, os alunos que relataram que seus professores os encorajam a trabalhar em pequenos grupos têm mais confiança em suas próprias habilidades matemáticas. Quando computadores são usados em aulas de matemática, os alunos relataram maior motivação para aprender matemática. Portanto, apesar de algumas características dos estudantes poderem ser responsáveis pelas suas atitudes em relação à matemática, as práticas dos professores também podem influenciar nessa questão.

O QUE OS PROFESSOREM PODEM FAZER?

Além do que você já ensina, pense sobre para quem você ensina e como você ensina.
Isso é relevante para todos os estudantes, mas especialmente para aqueles com históricos menos privilegiados e para as garotas. Os professores devem estar cientes de quais elementos de seu ensino podem desencadear a ansiedade ou reduzir a autoconfiança dos alunos, além de considerar métodos de ensino alternativos. Esses podem envolver o uso de mais aplicações do mundo real para os conceitos matemáticos que eles ensinam, como discutido aqui. Considere também tornar a matemática algo pessoalmente relevante para os alunos, fornecendo a eles problemas que se relacionem aos seus próprios interesses ou experiências. Usar problemas que são relevantes para os estudantes ajuda-os a verem uma razão para aprender um certo tópico ou conceito, além de aumentar a motivação para aprendê-lo.

Prepare os estudantes para o que devem esperar das provas de matemática.
Fazer com que os alunos façam testes simulados antes de fazer as provas de maior importância não é algo novo, mas pode ajudar os alunos a ficarem mais confortáveis com as condições nas quais farão tais provas. Professores e escolas podem também considerar diminuir a pressão do tempo em torno desses exames mais importantes para certos alunos, quando possível. Além disso, explicar para os estudantes o que eles devem esperar nas provas e fornecer a eles um *feedback* claro sobre seus progressos em matemática também pode ajudar a reduzir suas ansiedades.

Explore ferramentas de ensino de matemática inovadoras.
Tecnologias, como aplicações numéricas, gráficas e visuais podem ajudar os estudantes a visualizarem problemas de matemática e, ao mesmo tempo, ajudar a aumentar suas motivações ou interesses no tópico. Fóruns *online* de professores incluem muitas ferramentas matemáticas gratuitas, e os pacotes de *software* comuns usados nas escolas incluem ferramentas de fórmulas matemáticas e até mesmo funções gráficas avançadas. Mas em todos os sistemas escolares participantes da pesquisa do TALIS, os professores destacaram como uma das mais importantes prioridades para seus desenvolvimentos profissionais a melhoria de suas habilidades em ICT (sigla, em inglês, para tecnologias de informação e comunicação). Professores precisam estar confiantes no uso dessas ferramentas para garantir que estejam adicionando valor aos conceitos que estão sendo apresentados, em vez de simplesmente estarem fornecendo uma distração interessante para os alunos.

10

O que os professores podem aprender com o PISA?



Com os orçamentos escolares diminuindo cada vez mais em muitos países, frequentemente torna-se difícil para os professores participar de atividades de desenvolvimento profissional. Para isso, o professor e a direção da escola devem levar em conta o tempo longe da sala de aula, o custo de um professor para cobrir as aulas do dia, taxas do curso e despesas com viagem, quando for o caso. Adicionando a isso o tempo que o próprio professor gasta preparando o professor substituto, as preocupações sobre o que vai acontecer enquanto você estiver longe e, quando voltar, a preocupação de fazer os alunos voltarem aos trilhos, é compreensível por que os professores e seus superiores queiram minimizar o tempo que os professores se afastam de suas obrigações de ensino.

O que isso significa é que os professores gastam a grande maioria de seu tempo na escola – em sua própria escola – e, normalmente, não têm a chance de ter experiências e aprender com o trabalho de outras profissões fora do magistério. De fato, a pesquisa TALIS 2013 indicou que apenas 13% dos professores, na média dentre os países participantes, haviam participado de visitas a empresas ou outras organizações locais não educacionais. Além disso, apenas 14% haviam participado de cursos de treinamento *in loco* em alguma empresa ou organização pública. Hoje em dia, muitos professores dependem de recursos gratuitos (como este guia) que possam acessar *online*, de casa ou da escola e que ofereçam planos de aula ou outras orientações para ajudar os professores com seus planejamentos, seus próprios desenvolvimentos profissionais e suas futuras atividades de aula.

Este guia foi criado para fornecer aos professores de matemática desenvolvimento profissional na forma de recomendações e ideias para seu ensino, baseados em evidências da avaliação de matemática do PISA. Mas o PISA é mais do que apenas avaliação, gráficos e tabelas. A OCDE tem mais de 15 anos de experiência trabalhando com parceiros de pesquisa, legisladores, escolas e professores de mais de 65 países ao redor do mundo para criar a avaliação do PISA e os questionários que a acompanham. Anos de trabalho resultam no desenvolvimento desses materiais e na produção de relatórios que cobrem cada ciclo.

Portanto, apesar de nem todos os professores poderem visitar a OCDE, ou nossos parceiros de pesquisa, para desenvolvimento profissional, onde aprenderiam em primeira mão como essas vastas avaliações internacionais são projetadas e conduzidas, este capítulo fornece um pouco dessa informação para você. Há algumas lições muito úteis que os professores e escolas podem retirar do pensamento por trás do desenvolvimento da avaliação de matemática do PISA. Tais lições são oferecidas como um complemento ao que você aprende em atividades de desenvolvimento profissional, particularmente em atividades baseadas na escola, e dentro das comunidades de prática profissional.[1]

O que o PISA nos ensinou?

Desenvolver avaliações balanceadas. Mensurar um conceito amplo como a "alfabetização matemática" usando um teste internacional padronizado requer uma grande variedade de questões. Essas questões devem ser formuladas em diferentes formatos, localizadas em vários contextos e ser relacionadas a diversas áreas de conteúdo. Para avaliar a proficiência do estudante no final do período escolar, as avaliações devem cobrir o ciclo completo de modelagem matemática (formular, empregar e interpretar), assim como uma variedade de habilidades para um jovem de 15 anos de idade "típico".

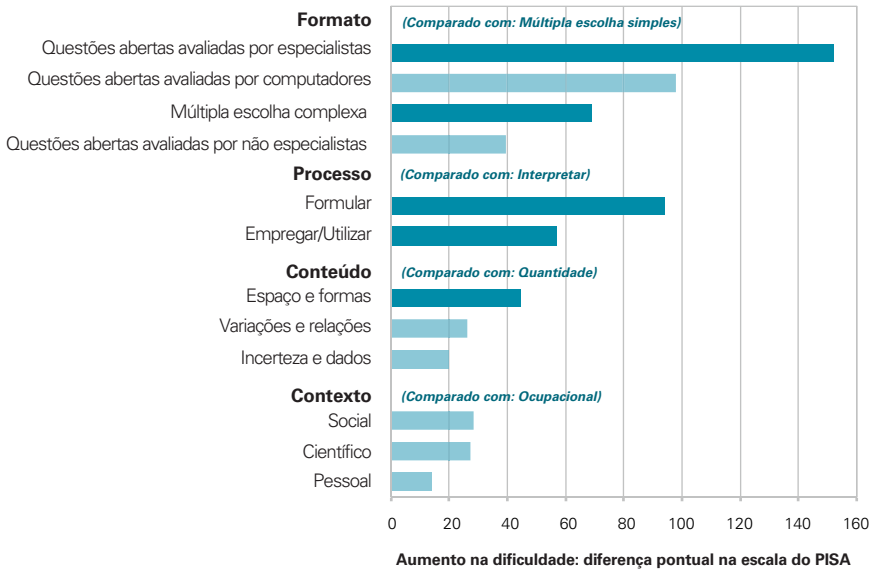
Os resultados do PISA mostram que os tipos de questões nessas avaliações são importantes, assim como o projeto da avaliação como um todo. Por exemplo, questões com resposta em aberto no PISA, especialmente aquelas feitas por especialistas, são tipicamente mais difíceis para os estudantes do que as de múltipla escolha. (Figura 10.1). Avaliações balanceadas também nos ajudam a aprender mais sobre a *performance* do estudante em uma grande variedade de problemas, e os fatores que influenciam nessa *performance*. Os dados do PISA dizem-nos que os estudantes que usam principalmente estratégias de memorização em seu aprendizado tendem a se sair pior nas questões de matemática que requerem a formulação de um problema, em comparação com os problemas que pedem aos alunos para usarem fórmulas ou interpretarem resultados. Nós podemos aprender isso somente incluindo ambos os tipos de problemas de matemática na avaliação.

[1] Watson, C. (2014), "Effective professional learning communities? The possibilities for teachers as agents of change in schools", *British Educational Research Journal*, Vol. 40/1, pp.18–29.

RECOMENDAÇÃO

Garanta que o seu ensino e suas avaliações sejam balanceadas para que, com isso, os estudantes possam desenvolver todas as habilidades que precisarão em seus aprendizados futuros. Use vários tipos de avaliações, incluindo provas orais, resolução colaborativa de problemas e projetos de longo prazo, além das provas escritas tradicionais. Até mesmo testes padronizados podem ser ocasionalmente usados, com o intuito de comparar a *performance* da sua sala com alunos de outras salas, escolas, distritos, cidades e países. Tire vantagem das questões do PISA que foram divulgadas publicamente pela OCDE ou dos exames "PISA for Schools" (PISA para Escolas), que sirvam a esse propósito.

Figura 10.1 **Descrevendo a dificuldade dos itens de matemática do PISA**



Nota: Coeficientes de regressão estatisticamente significativos são marcados em um tom mais escuro.

Fonte: Base de dados da OCDE, PISA 2012, adaptado de Echazarra, A. *et al.* (2016), "How teachers teach and students learn: Successful strategies for school", *OECD Education Working Paper*, n° 130.

Statlink: http://dx.doi.org/10.1787/888933414931

Focar nas habilidades e competências dos alunos. O PISA foca nas competências que estudantes de 15 anos provavelmente precisarão no futuro, e avalia o que eles podem fazer com o que aprenderam na escola. Particularmente na matemática, tais habilidades incluem representar,

desenvolver estratégias, matematizar, raciocinar e desenvolver argumentos, usar linguagem e operações simbólicas, técnicas e formais e usar ferramentas matemáticas. Mas as habilidades que são importantes para os aprendizes de hoje vão além daquelas que são específicas para matemática. Elas incluem adaptabilidade, comunicação, resolução de problemas e o uso de tecnologias de informação e comunicação. Todas essas habilidades são necessárias para ser bem-sucedido na matemática e muitas delas aplicam-se também a outras disciplinas.

RECOMENDAÇÃO

Sim, os professores ficam amarrados pelos currículos e padrões de uma maneira que o PISA não fica, mas ainda assim vale a pena se perguntar: "O que é importante que os cidadãos saibam e consigam fazer em situações que envolvem matemática?". Mesmo dentro dos limites do seu currículo, esse tipo de pensamento pode te ajudar a decidir quais tópicos apresentar para os seus alunos – e como apresentá-los – de modo que eles estejam mais bem preparados para aprendizados futuros e para a vida fora da escola. Muitos professores ao redor do mundo já enfatizam habilidades e competências na matemática com o propósito de avaliar tanto o conhecimento do conteúdo do estudante (o que eles sabem) quanto seu conhecimento aplicado (o que eles conseguem fazer com o que sabem). Novamente, ler algumas questões de avaliação disponibilizadas pelo PISA pode te dar ideias adicionais para sua aula.

Ser justo. Isso não deve soar pedante; os professores não precisam que a OCDE diga para eles que devem tratar seus alunos de maneira justa. Mas como este guia mostrou, algumas vezes a maneira como o professor ensina ou desenvolve avaliações pode dar vantagens a um grupo particular de alunos sem que o professor perceba. As avaliações do PISA são cuidadosamente projetadas para evitar que alguma vantagem seja dada a um sistema de educação ou grupo social específicos. Problemas de matemática, por exemplo, não podem ser formulados em contextos com os quais alguns jovens não estejam familiarizados (por exemplo, estudantes rurais podem não ser familiarizados com sistemas de metrô). Para garantir que nenhum local esteja em desvantagem, o PISA pediu aos países para selecionarem as questões que eles acreditam ser mais fáceis para seus estudantes no exame do PISA 2012, com base no contexto. A *performance* do aluno nessas questões foi, então, comparada com sua *performance* geral no exame. Nenhuma tendência consistente foi encontrada; alguns países saíram-se melhor nas questões que consideraram mais fáceis para seus estudantes, mas muitos outros saíram-se pior nas suas questões preferidas.

RECOMENDAÇÃO

Lecione e avalie os estudantes de maneiras que sejam justas e inclusivas para todos, independentemente do gênero, histórico socioeconômico ou habilidade. Este guia fornece várias recomendações diferentes relacionadas a igualdade, com base em várias características do estudante; mas lecionar de maneira mais inclusiva pode ser tão simples como explicar um conteúdo usando perspectivas diferentes, avaliar os estudantes de maneiras diferentes e sempre levar em consideração a história do aluno.

Colabore com outros. A OCDE não poderia desenvolver e implementar uma avaliação internacional de escala tão grande por mais de 15 anos trabalhando sozinha em seus escritórios em Paris. O PISA é o resultado de uma colaboração contínua entre a OCDE, governos nacionais, parceiros de pesquisa e especialistas em educação de todo o mundo. Decisões sobre o escopo e natureza das avaliações do PISA e da informação dos históricos dos estudantes coletada são realizadas pelos principais especialistas dos países participantes. Governos, guiados pela OCDE, supervisionam essas decisões, com base em interesses compartilhados, orientados pelas suas políticas.

RECOMENDAÇÃO

Os professores não precisam ensinar em um vácuo. Todo dia você tem salas de alunos que podem informar sobre seu ensino e colegas nas salas ao lado, ou na sala dos professores, que podem ter experiências e especialidades diferentes e, talvez, complementares. Em um ambiente escolar de apoio, você não é o único responsável pelo sucesso do seu aluno. Ouça seus colegas, colabore com outros professores, participe nas decisões da escola, comunique-se com os pais e aprenda com especialistas na sua área.

Inovar, inovar, inovar. Desde o primeiro ciclo do PISA em 2000, a OCDE nunca parou de aprender e de inovar no projeto original do PISA. Novos domínios da disciplina foram incluídos, como resolução de problemas e resolução colaborativa de problemas, "alfabetização digital" e "alfabetização financeira". Diferentes questionários sobre o histórico dos estudantes foram criados para aprender mais sobre as habilidades interdisciplinares dos alunos, suas expectativas de carreira, se – e o quê – os estudantes leem por diversão e o bem-estar dos estudantes e dos professores. Com grandes quantidades de dados oriundos de todo esse trabalho, a OCDE também explora continuamente novas maneiras de disseminar os resultados, e descobre novas questões sobre o aprendizado e sobre a escola que clamam por respostas. O PISA também se adaptou ao mundo digital, fazendo a

transição de um teste em papel para uma avaliação digital interativa, apesar das consideráveis dificuldades envolvidas nessa transição.

RECOMENDAÇÃO

Não deixe as restrições do currículo nacional ou de exames nacionais limitarem a sua criatividade e a criatividade do seu aluno. É possível inovar com ferramentas e pedagogias. Novas abordagens ao ensino são experimentadas e testadas o tempo todo, com variados graus de sucesso. Caso você esteja nervoso com isso, leia sobre estratégias que foram bem-sucedidas para outros professores, mas que possam ser novas para você, ou participe de *networks* de inovação. Uma vez que você esteja mais confiante com os riscos e recompensas associados à inovação no ensino, será você quem desenvolverá novas estratégias e recursos para seus colegas experimentarem.

Leitura complementar:

Dumont, H., D. Istance and F. Benavides (eds.) (2010), *The Nature of Learning: Using Research to Inspire Practice*, OECD Publishing, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264086487-en.

Mevarech, Z. and B. Kramarski (2014), "Critical Maths for Innovative Societies: The Role of Metacognitive Pedagogies", *OECD Publishing*, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264223561-en.

OECD (2014), "A Teachers' Guide to TALIS 2013: Teaching and Learning International Survey", *OECD Publishing*, Paris, http://dx.doi.org/10.1787/9789264216075-en.

10 QUESTÕES PARA PROFESSORES DE MATEMÁTICA

... E COMO O PISA PODE AJUDAR A RESPONDÊ-LAS

A cada 3 anos, o Programa para Avaliação Internacional do Estudante, mais conhecido como PISA, avalia estudantes de 15 anos ao redor do mundo para determinar quão bem seus sistemas de educação os prepararam para a vida após o período escolar obrigatório. Assim que os resultados são publicados, a mídia corre para comparar as posições de seus países nas tabelas classificativas internacionais. Os legisladores, jornalistas e pesquisadores acadêmicos destrincham o relatório para descobrir como os sistemas de educação bem-sucedidos extraem o melhor desempenho de seus alunos, fazendo, ao mesmo tempo, o acesso à educação de qualidade mais equitativo. Mas, algumas vezes, as mensagens-chave não retornam para os professores, que estão diariamente preparando os estudantes de seus países.

10 Questões para Professores de Matemática... e como o PISA pode ajudar a respondê-las tem o intuito de mudar isso. Este relatório adentra tópicos como "Quanto eu devo encorajar meus estudantes a serem responsáveis pelos seus próprios aprendizados em matemática?" ou "Como professor de matemática, quão importante é a relação que tenho com meus alunos?". Isso dá aos professores dados oportunos e relevantes, além de análises que podem ajudá-los a refletir sobre suas estratégias de ensino e sobre como os estudantes aprendem.

Conteúdo:

Introdução: Um guia para professores sobre ensino e aprendizado de matemática
Questão 1: Quanto eu devo direcionar o aprendizado do meu aluno nas minhas aulas de matemática?
Questão 2: Alguns métodos de ensino de matemática são mais eficazes que outros?
Questão 3: Como professor de matemática, quão importante é a relação que tenho com meus alunos?
Questão 4: O que sabemos sobre memorização e o aprendizado de matemática?
Questão 5: Eu posso ajudar meus alunos a aprenderem como aprender matemática?
Questão 6: Eu devo encorajar meus alunos a usarem sua criatividade na matemática?
Questão 7: Os históricos dos estudantes influenciam em como eles aprendem matemática?
Questão 8: O meu ensino deve enfatizar os conceitos matemáticos ou como esses conceitos são aplicados no mundo real?
Questão 9: Eu devo me preocupar com as atitudes dos meus alunos em relação à matemática?
Questão 10: O que os professores podem aprender com o PISA?

ISBN 978-85-244-0444-3

9 788524 404443 >

Traduzido por

impa