# RÉCENTS DÉVELOPPEMENTS DE LA THÉORIE ET DE LA PRATIQUE DES INDICES

**Peter Hill**

## TABLE DES MATIÈRES



L'auteur est membre de la Division des statistiques économiques et des comptes nationaux du Département des affaires économiques et statistiques. Il tient à remercier ses collègues de l'OCDE et autres pour leurs précieux commentaires.

## INTRODUCTION

Lorsque l'inflation tourne autour de 10 ou 20 pour cent par an, comme c'était le cas dans les années 70 et 80 dans bon nombre de pays de l'OCDE, il n'est pas particulièrement besoin d'en donner une mesure très précise. Pour décrire leurs objectifs, il suffit aux pouvoirs publics de parler de juguler l'inflation, voire, à terme, de l'éliminer complètement. En revanche, il n'est pas si facile de connaître le moment où l'on a effectivement atteint un niveau d'inflation donné, par exemple une inflation nulle. Les mesures de l'inflation (et de la croissance réelle) se fondent sur des indices, et il convient de rappeler qu'il existe tout un choix varié d'indices, qui tous enregistreront, en un point donné du temps, des taux de variation différents. De plus, les économistes ne se sont pas encore mis d'accord sur ce qui constitue le meilleur type d'indice d'un point de vue conceptuel ou théorique. Enfin, nombreux sont les facteurs de distortions susceptibles de se glisser dans les mesures utilisées.

Ces problèmes ne disparaissent pas lorsque l'inflation recule. La stabilisation des prix peut apparaître, en surface, comme un objectif attrayant mais dont les économistes ne souhaitent pas qu'il soit pris de facsn trop littérale. Le fonctionnement efficace des mécanismes de prix passe en effet par un continuel ajustement des prix relatifs aux variations de l'offre et de la demande. Sans cette *flexibilité* des prix relatifs, les marches ne sauraient fonctionner correctement. Par conséquent, même lorsque le niveau général des prix reste stable, la variation des prix relatifs implique que certains prix augmentent tandis que d'autres diminuent. D'ailleurs, si l'on pouvait, en pareil cas, observer les mouvements de prix de tous les produits, on découvrirait toute une distribution de fréquence de variations positives et négatives de prix centrées autour de zéro. Le problème des indices continuerait donc de se poser, consistant pour l'essentiel à déterminer ia facon la plus appropriée de représenter la moyenne de tous ces mouvements positifs et négatifs. Bien que, instinctivement, on puisse être tenté de choisir une forme quelconque de moyenne arithmétique, ce choix n'est pas forcément facile à justifier sur le plan théorique. Par exemple, il ne serait pas déraisonnable de définir l'inflation nulle comme une situation où les mouvements de prix négatifs et positifs interviennent avec une fréquence égale ; pourtant, dans une telle situation, la plupart des indices classiques feraient probablement apparaître une inflation positive (en supposant que la distribution de fréquence des variations de prix présente une dissymétrie positive, ce qui semble généralement le cas dans la pratique). Inversement, un résultat nul d'inflation obtenu par les méthodes de mesure classiques pourrait bien recouvrir des mouvements de prix négatifs de fréquence supérieure à celle des mouvements positifs.

Loin de disparaître lorsqu'il n'y a pas de tendance systématique à la hausse ou à la baisse des prix, le problème des indices risque même de prendre une forme assez perverse. Non seulement les différents indices, c'est-à-dire les différents types de moyenne, auront-ils tendance à donner des résultats différents, mais de plus certains seront positifs et d'autres négatifs, de sorte que l'on se retrouvera avec des indices variant dans des sens opposés.

Les problèmes d'indices sont comme les pauvres, on peut s'arranger pour les oublier, mais on les a toujours avec soi. Nous nous proposons ici de mettre les utilisateurs de données économiques au fait des derniers développements de la théorie et de la pratique du calcul d'indice en passant en revue les progrès réalisés au cours des dix ou quinze dernières années. L'article suppose une connaissance de base des principaüx indices – de Laspeyres, de Paasche et de Fisher, notamment – et de leurs propriétés, mais guère plus. En fait, on observe depuis une dizaine d'années un certain nombre de développements théoriques importants d'où il semble ressortir que les indices les plus usités ne sont pour la plupart que des pis-aller sur le plan théorique. Témoin, la faveur grandissante dont jouissent les indices en chaîne auprès des théoriciens, alors que la plupart des indices utilisés dans la pratique pour l'analyse et la formuiation des politiques économiques reposent sur des pondérations fixes. C'est pourquoi nous porterons ici une attention particulière aux propriétés et au comportement des indices-chaînes, ainsi qu'aux arguments pour et contre leur utilisation plus extensive aussi bien dans les comptes nationaux que dans les modèles macro-économiques s'appuyant sur des données de comptabiiité nationale. Dans une dernière section, nous présenterons quelques nouveaux types d'indices-chaînes qui possèdent certaines propriétés intéressantes d'un point de vue tant théorique que pratique tout en éclairant d'un jour nouveau les propriétés, et les défauts, des indices à pondération fixe classiques.

## I. DÉVELOPPEMENTS THÉORIQUES RÉCENTS

On observe depuis un certain temps un regain d'intérêt pour la théorie des indices, qui s'est amorcé avec la parution au début des années 70 d'une succession d'articles et d'ouvrages importants ; citons, par exemple, Griliches (1971), Pollak (1971), Christensen, Jorgenson et Lau (1971), Fisher et Shell (1972) et Samuelson et Swamy (1974). Vers le milieu et la fin des années 70, Diewert et Eichorn et Voelier ont apporté à leur tour d'importantes contributions, dont nous donnerons un résumé assez détaillé dans la présente section. Dans le même temps, un domaine théorique presqu'entièrement nouveau s'ouvrait avec la mise au point de comparaisons internationales multilatérales de prix et de volumes nées des travaux de pointe de Kravis, Heston et Summers, dans le cadre du Projet de comparaison internationale Nations Unies/Banque Mondiale (1982). Nous nous limiterons cependant ici à l'examen des indices intertemporels.

Il existe deux approches fondamentalement différentes de la théorie des indices. La première est l'approche dite « axiomatique » qui a été améliorée et affinée grâce aux travaux d'Eichorn et Voeller au cours des dix dernières années (on trouvera un résumé de ces travaux dans leur article de 1983 cité en référence). Dans cette optique, les fondements théoriques des indices s'appuient sur certains postulats, ou axiomes, que l'on veut suffisamment généraux pour que tout indice puisse y satisfaire dans la pratique. Cette approche est dérivée des travaux d'Irving Fisher (1922), qui jugeait que, pour être utiles aux analystes et aux responsables de la politique économique, les indices devaient satisfaire à certaines conditions, ou tests.

La seconde approche est celle de la théorie économique, qui cherche à définir des indices de prix ou de volumes par référence à des fonctions d'utilité ou de production sous-jacentes. Elle est dérivée des premiers travaux de Konuç sur « l'indice vrai du coût de la vie » (1924) et compte parmi *ses* théoriciens une kyrielle d'économistes célèbres, de Keynes et Frisch à Hicks et Samuelson.

## A. L'approche axiomatique de la théorie des indices

L'approche axiomatique part des prix et des quantités effectivement observés aux deux dates ou dans les deux situations considérées. Prix et quantités sont traités comme des variables indépendantes (alors que dans l'approche théorique économique, les quantités sont considérées comme une fonction des prix). Eichorn et Voeller définissent un indice comme une fonction des prix et quantités observés satisfaisant à quatre axiomes de base : monotonie, proportionnalité, indépendance par rapport à l'unité monétaire et homogénéité (voir 1983, pp. 417-18). Ces axiomes peuvent être résumés comme suit dans le cas des indices de prix. La monotonie implique qu'un indice de prix augmente chaque fois que l'un quelconque des prix de la période courante augmente ou que l'un quelconque des prix de la période de base diminue. La proportionnalité implique que si tous les prix de la période courante sont uniformément supérieurs ou inférieurs à ceux de la période de base, selon une proportion fixe quelconque, l'indice devra être égal à cette proportion. L'indépendance par rapport à l'unité monétaire implique qu'une même variation proportionnelle de l'unité monétaire aux deux périodes (par exemple, le passage des pence aux livres) ne modifie pas l'indice, tandis que l'homogénéité implique qu'un changement d'unité de mesure d'un quelconque produit aux deux dates (par exemple, le passage des kilos aux tonnes) ne modifie pas l'indice.

Ces axiomes sont décrits comme des « propriétés de base souhaitables dans tout indice de prix)) et presque tous les indices d'usage courant y satisfont (**1983, p. 418).** Les indices qui présentent ces propriétés satisfont automatiquement à divers tests du type de ceux qui ont été proposés par Fisher, tels le test d'identité, le test de proportionnalité faible et le test de valeur moyenne.

Le nombre des indices qui satisfont aux critères généraux ci-dessus est extrêmement élevé, en fait trop élevé. Afin de rétrécir le champ, Eichorn et Voeller ont étudié ce qui se passerait si l'on imposait d'autres tests, comme ceux de réversibilité dans le temps, de réversibilité des facteurs et de produit. Le test de produit est une version affaiblie du fameux test de réversibilité des facteurs de Fisher. Il implique que le produit de la multiplication d'un indice de prix et d'un indice de quantité soit égal au ratio des dépenses, les indices de prix et de quantité n'ayant pas nécessairement à revêtir la même forme mais devant tous deux satisfaire aux quatre axiomes de base d'un indice. Ce test est extrêmement important pour l'analyse économique chaque fois que l'on dispose de séries chronologiques exprimées en valeurs courantes. Il impose que, lorsqu'on divise la variation des valeurs courantes par un indice de prix, on obtienne un indice de quantité reconnaissable et acceptable, même s'il présente une forme ou des propriétés différentes de celles de l'indice de prix. La combinaison d'un indice de quantité de Laspeyres et d'un indice de prix de Paasche fournit l'exemple classique d'une paire d'indices satisfaisant au test de produit bien que ni l'un ni l'autre pris séparément ne satisfasse au test de réversibilité des facteurs. Cette propriété des indices de Laspeyres et Paasche est évidemment exploitée de façon extensive dans les statistiques économiques où l'on peut obtenir ***indirectement*** un indice (par exemple un indice implicite des prix du PIB) en divisant un rapport de valeurs par un autre indice (par exemple un indice de quantité de Laspeyres).

Le test de produit est donc une condition sine qua non pour la plupart des statistiques économiques, mais le fait de l'ajouter à la liste des quatre axiomes de base ne permet pas tellement de restreindre le nombre des indices possibles. En revanche, si l'on y ajoute aussi le test de circularité de Fisher, on obtient des résultats spectaculaires, puisque l'ensemble d'indices qui en résulte est vide, comme l'ont prouvé Eichorn et Voeller. Aucun indice satisfaisant aux quatre axiomes de base ne peut aussi remplir les tests de produit et de circularité (**1983,** pp. 446-7). C'est là une illustration du ((théorème d'incohérence» ou du « théorème de non-existence», pour reprendre la terminologie d' Eichsrn et Voeller.

Le test de circularité de Fisher a toujours été controversé, et Fisher lui-même a décidé d'abandonner cette notion de circularité, ou de transitivité, comme on l'appelle aujourd'hui. En premier lieu, il convient de clarifier ce que l'on entend par transitivité. Si $A/B$ représente un indice de B sur la base de A, la condition de transitivité impose que :

$$A/C = A/B \cdot B/C \tag{1}$$

Cela implique que la comparaison directe entre A et C donne le même résultat qu'une comparaison indirecte entre A et C via B. Quand les indices qui constituent chacun des maillons de l'indice-chaîne sont transférables, le rapport entre les deux extrémités de la chaîne est égal à celui qu'on obtiendrait en comparant directement ces deux points.

Dans quelles conditions la transitivité est-elle réalisée ? On en sait un peu plus long sur la question depuis quelques années grâce aux travaux d'Eichhorn et d'autres chercheurs allemands. Le théorème qui suit a été établi indépendamment par Hacker et Krtscha (1979) en 1979 : si un indice de prix doit satisfaire à la fois au test de proportionnalité et à celui de transitivité, il ne doit dépendre que des prix et non des quantités observés aux différents lieux ou dates considérés. On peut citer comme exemple de cet indice une moyenne géométrique de rapports de prix a pondération *fixe* (parfois appelé indice de Cobb-Douglas). Dans ce cas, seuls les mouvements de prix d'une période à l'autre sont pris en compte, et les variations de quantités n'entrent pas dans le calcul de l'indice. Un tel indice ne peut être décrit comme un indice-chaîne qu'au sens purement formel ou trivial du terme. Toute la raison d'être d'un indice-chaîne temporel est que la variation totale enregistrée entre la première et la dernière périodes soit dépendante du chemin parcouru dans l'intervalle par tous les prix et volumes considérés. Ce cheminement traduit le processus progressif d'ajustement des unités économiques à l'évolution du contexte économique qui les entoure.

D'après le théorème démontré par Hacker et Krtscha, si un indice-chaîne reflète effectivement ce processus d'ajustement en utilisant les informations relatives *à la fois* aux prix et aux quantités, cela implique que l'on sacrifie la condition de proportionnalité. Supposons, pour les besoins de l'argumentation, que l'on construise un indice-chaîne de prix dont les maillons sont des indices de prix de Laspeyres reliant plusieurs périodes successives et que tous les prix finissent par revenir à leur niveau initial. La proportionnalité exige que l'indice de la dernière période soit égal à un, mais Hacker et Krtscha ont prouvé qu'il ne pouvait en être ainsi. On savait depuis longtemps, empiriquement, que dans cette situation un indice-charne de Laspeyres ne redevient pas égal à un, mais sans en avoir de preuve rigoureuse. Ce phénomène, dit de ((dérive», montre que les indices-chaînes peuvent se révéler inadéquats lorsque les prix ou les quantités reviennent plus ou moins à leur niveau initial après avoir traversé une période de perturbation, comme, exemple classique, des fluctuations saisonnières régulières. Au lieu de s'annuler mutuellement sur l'ensemble de l'année, certaines composantes de ces fluctuations saisonnières peuvent se trouver définitivement intégrées à l'indice-chaîne mensuel, entraînant celui-ci de plus en plus loin de la tendance décrite par les moyennes annuelles des séries considérées. Un tel comportement est généralement inacceptable. Dans un document récent (1983, p. 571), Szulc donne un exemple numérique simple pour illustrer le fait qu'un indice-chaîne de Laspeyres ne redevient pas égal à un lorsque tous les prix reviennent à leur niveau initial. On trouvera plus loin une explication algébrique de ce phénomène.

Etant donné le théorème de non-existence d'Eichhorn et Voeller (gui s'inspire du théorème de Hacker et Krtscha), il est naturel de se demander laquelle des conditions on doit abandonner pour pouvoir définir un indice. Les quatre axiomes de base d'Eichhorn et Voeller semblent ne pas devoir être remis en question, et la condition de produit est, on l'a vu, un préalable indispensable des statistiques économiques. C'est donc apparemment la transitivité que l'on doit envisager de sacrifier.

A première vue, il est assez déconcertant de devoir abandonner cette condition. Si l'absence de transitivité est censée être le symptôme d'une quelconque incohérence logique dans le système de mesure sous-jacent, il est gênant de découvrir que la formule de Laspeyres, qui est sans doute l'indice le plus largement utilisé en économie, n'est pas transitive (sauf dans certains cas particuliers triviaux). Cependant, il se peut que, dans la pratique l'absence de transitivité ne soit pas si regrettable. Ce qu'elle implique en fait, c'est qu'il est nécessaire de choisir soit un indice-chaîne, soit un indice à pondération fixe si l'on veut éviter des résultats numériquement incohérents les uns par rapport aux autres. Chose peu surprenante, le choix d'une méthode implique un arbitrage. Il est assez clair que si l'on préfère un indice-chaîne, on doit abandonner l'idée de comparer directement deux années éloignées dans le temps. Ce qui est moins évident, en revanche, c'est que si l'on retient l'autre solution, celle de la pondération fixe, toute comparaison directe entre deux années autres que l'année de base, y compris deux années consécutives, devra être abandonnée et remplacée par une comparaison indirecte, donc en fait par des indices-chaînes.

Considérons, par exemple, la situation classique des comptes nationaux où les séries chronologiques sont évaluées aux prix constants d'une année de base O ; dans les faits, cela équivaut à calculer une série d'indices de volume de Laspeyres, avec l'année *O* comme base de référence. Par conséquent, les mouvements d'une année sur l'autre sont des indices-chaînes implicites où la période $t + 1$ est lié a la période $t$ par l'intermédiaire de O. L'indice de volume entre $t + 1$ et $t$ est en fait donné par :

$$\frac{\Sigma p_0 q_{t+1}}{\Sigma p_0 q_t} = \frac{\Sigma p_0 q_0}{\Sigma p_0 q_t} \quad \frac{\Sigma p_0 q_{t+1}}{\Sigma p_0 q_0} \tag{2}$$

= Indice de volume de Paasche *(t, O)* Indice de volume de Laspeyres *(O, t + 1)*

Par conséquent, la variation d'une année sur l'autre entre $t$ et $t + 1$ est mesurée en utilisant l'année 0 comme un point d'enchaînement entre les deux autres. L'indice de volume de Paasche (en remontant le temps) de la période **0** par rapport **à** la base $t$ est multiplié par l'indice de volume de Laspeyres de la période $t + 1$ par rapport à la base $0$. Il ne s'agit pas vraiment d'une mesure simple sur un plan conceptuel, mais la perte de simplicité dans les mesures d'une année sur l'autre est le prix à payer pour la commodité de travailler avec une année de base fixe.

La situation est pire pour les mesures de prix indirectement dérivées de telles mesures de volume, les fameux indices « implicites» de prix ou « déflateurs». En divisant la variation des valeurs courantes entre $t$ et $t + 1$ par l'expression (2) ci-dessus, on obtient l'expression suivante :

$$\text{Indice implicite} = \frac{\Sigma p_0 q_t}{\Sigma p_t q_t} \cdot \frac{\Sigma p_{t+1} q_{t+1}}{\Sigma p_0 q_{t+1}}$$

$$= \begin{array}{c}\text{Indice de}\\ \text{prix de}\\ \text{Laspeyres}\\ (t, 0)\end{array} \cdot \begin{array}{c}\text{Indice de}\\ \text{prix de}\\ \text{Paasche}\\ (0, t+1)\end{array} \qquad (3)$$

ce qui correspond **à** l'indice de prix de Laspeyres (en remontant le temps) de **0** par rapport **à** $t$ multiplié par l'indice de prix de Paasche de $t + 1$ par rapport **à** **0.** Cette expression ne satisfait même pas à l'axiome de proportionnalité d'Eichhorn et Voeller puisque si $p_{it+1} = \lambda\, p_{it}$ pour chaque produit *i l'indice implicite donné par (3) n'est pas égal à* $\lambda$ (sauf dans le cas particulier trivial où la pondération par les quantités est la même en $t$ et $t + 1$). Ainsi les indices implicites des prix du PIB et autres déflateurs couramment utilisés par les analystes et les responsables de la politique économique pour mesurer l'évolution de l'inflation d'une année sur l'autre ne satisfont pas aux quatre axiomes de base, apparemment anodins, d'Eichhorn et Voeller : ils ne présentent même pas les qualités requises d'un indice de prix dans l'approche axiomatique.

Dans cette approche, aucun indice à usage universel ne se détache réellement du lot ; nous tournerons donc notre attention vers l'autre approche, fondée sur les fonctions d'utilité ou de production.

## B. L'optique de la théorie économique

Dans la section précédente, nous nous sommes concentrés sur les propriétés des indices se rapportant à des prix et quantités effectivement relevés dans les situations considérées, en partant du principe que les indices doivent se comporter d'une certaine façon dans certaines circonstances, par exemple lorsque tous les prix varient dans une même proportion. L'optique de la théorie économique est tout à fait différente. En particulier, les prix et les quantités ne sont pas traités comme des variables indépendantes distinctes, puisque les quantités sont supposées être fonction des prix. Par conséquent, l'information sur laquelle repose l'indice théorique économique ne consiste pas en deux vecteurs, l'un de prix, l'autre de quantités, mais plutôt en deux vecteurs de prix associés à une relation fonctionnelle liant les quantités aux prix dans les deux situations considérées. Comme on ne connaît généralement pas les paramètres de cette fonction sous-jacente et qu'il est impossible d'en donner une estimation dans la plupart des situations de la vie réelle, il s'ensuit que, malgré leur définition précise, les indices théoriques économiques ne peuvent être calculés dans la pratique (sauf dans des circonstances particulières).

Il existe deux grands types de fonctions liant les quantités aux prix, les fonctions d'utilité et les fonctions de production. Afin de conserver une terminologie plus neutre, Diewert a proposé de parler dans l'un et l'autre cas de ((fonction d'agrégation » (1981, p. 163). Toutefois, comme le présent exposé se veut aussi bref que possible, il sera plus commode de le limiter aux indices de prix et fonctions d'utilité en laissant de côté les indices de quantité et les fonctions de production. Cela dit, la plupart des conclusions atteintes sont applicables, avec les modifications nécessaires, aux indices de quantité et aux fonctions de production.

L'exemple classique d'un indice théorique économique est celui du coût de la vie, que l'on peut définir avec Pollak comme « le rapport des dépenses minimum nécessaires pour se trouver sur une courbe d'indifférence donnée dans deux régimes de prix distincts» (1971, p. 94). On notera que l'indice dépend non seulement des deux séries de prix mais aussi d'un diagramme d'indifférence ou d'un classement de préférences spécifique et du choix d'une courbe d'indifférence de base.

Le problème consiste à définir cet indice à partir d'observations effectives de prix et de quantités. Les principaux résultats sont bien connus et nous n'en donnerons qu'un rapide résumé. Considérons deux situations A et B. Si l'on suppose que la situation effective en A représente la situation d'utilité maximum pour un consommateur rationnel, alors l'indice de Laspeyres constitue une limite supérieure de l'indice théorique par référence a A. De la même façon, l'indice de Paasche constitue la borne inférieure de l'indice théorique par référence à B. D'une manière générale, il existe deux indices théoriques selon que la situation retenue en référence est la situation A ou B, puisque A et B se trouvent sur deux courbes d'indifférence distinctes.

Le raisonnement qui sous-tend ces conclusions est simple. Supposons que le revenu nominal d'un consommateur augmente dans les mêmes proportions que l'indice de Laspeyres calculé sur la base des dépenses effectives dans la première situation, ou situation A. Il en découle, par définition, qu'il pourrait acheter le même panier de biens en B qu'en A. Cependant, en supposant que les prix relatifs des biens changent entre A et B, il s'ensuit également que le consommateur a la possibilité d'accroître son utilité en modifiant son schéma de consommation entre A et B de manière à tirer parti de la variation des prix relatifs. Ainsi, en ajustant son schéma de consommation, il doit, dans la pratique, améliorer sa situation. L'indice de Laspeyres constitue donc une limite supérieure de l'indice « vrai » défini par Pollak. Un raisonnement analogue permet d'établir que l'indice de Paasche constitue une limite inférieure de l'indice « vrai » par référence à B.

On notera qu'il n'est pas nécessaire de définir un indice théorique par référence aux préférences d'un individu dont les dépenses sont effectivement sous observation. On pourrait, par exemple, définir un indice vrai du coût de la vie entre le Royaume-Uni et l'Allemagne pas référence aux goûts et au niveau de revenu d'un consommateur-type francais, ou européen. On peut faire valoir, par exemple, que larsqu'on fait des comparaisons multilatérales de prix au sein d'un groupe de pays, les indices théoriquement les plus appropriés sont ceux qui se fondent effectivement sur les préférences et le revenu d'un consommateur moyen de l'ensemble du groupe. De plus, si les indices multilatéraux se réfèrent au classement des préférences d'un seul individu, ils auront plus de chance d'être transitifs. De fait, si les préférences sont homothétiques (c'est-à-dire si chaque courbe d'indifférence est un agrandissement, ou une réduction, uniforme de chacune des autres, de sorte que toutes les courbes d'indifférence affectent la même ((forme»), les indices seront transitifs, comme l'ont souligné Samuelson et Swamy (1974). Le même point a été relevé par Diewert (1983, théorème 1, p. 169). Ainsi, dans le cadre de la Communauté Economique Européenne, l'indice théoriquement le plus approprié pour comparer le Royaume-Uni et l'Allemagne ne sera pas nécessairement celui qui fait référence à un consommateur-type britannique ou allemand, mais plutôt à un consommateur-type de la Communauté. Toutefois, d'une manière générale, les ouvrages théoriques privilégient le cas où les goûts et le revenu sont ceux de l'individu, ou des individus, dont les dépenses sont effectivement observées dans l'une ou l'autre des deux situations considérées.

Se pose ensuite la question des hypothèses nécessaires pour établir de façon plus précise ['indice (ou les indices) théorique(s) sous-jacent(s) à partir des données de prix et de quantites observées. Parmi les résultats les plus importants, remontant à plus d'un demi-siècle, figure le fait que l'indice théorique est indépendant du niveau d'utilité, ou de la courbe d'indifférence de base, lorsque les préférences sont homothétiques. Cela signifie, par exemple, que lorsque les préférences sont homothétiques les indices de Laspeyres et de Paasche constituent les limites supérieure et inférieure du *même* indice théorique sous-jacent, auquel cas on peut être fortement tenté de prendre une quelconque valeur moyenne de ces deux indices comme la meilleure estimation possible de l'indice théorique. L'indice idéal de Fisher est évidemment l'exemple le plus fameux de ce type d'indice, mais Samuelson et Swamy ont prouvé que toute moyenne symétrique des indices de Laspeyres et Paasche donne une valeur approchée de l'indice théorique avec une précision du troisième ordre (1974, p. 582).

Bien sûr, on convient généralement qu'il n'est pas plausible de supposer que les préférences sont homothétiques dans la vie réelle. Comme le remarque par exemple Pollak, ((ces résultats sont importants non parce que nous pensons que les diagrammes d'indifférence des individus sont homothétiques, mais parce que nous pensons qu'ils ne le sont pas» (1971, p. 114). Ainsi, en règle générale, les indices du coût de la vie varient sensiblement avec le revenu, ou du moins on peut le supposer. En outre, Samuelson et Swamy nous mettent également en garde contre « i'erreur courante» qui consiste à supposer que si les indices de Laspeyres et de Paasche ne sont pas trop éloignés l'un de l'autre ils constituent forcément les limites de l'indice théorique ; ils donnent pour ce faire l'exemple d'un indice théorique extérieur à la fourchette constituée par les indices de Laspeyres et de Paasche (1974, p. 585). D'un autre côté, l'hypothèse d'homothétie peut davantage se justifier pour les fonctions de production, de sorte que les conclusions formulées à cet égard sont sans doute plus pertinentes dans le cas des indices de production que dans celui des indices de prix.

Des progrès importants ont été réalisés durant la dernière décennie grâce aux nouveaux résultats et éclaircissements apportés par W.E. Diewert (1983 et 1981, par exemple). Premièrement, il est utile de rappeler le résultat suivant (apparemment établi pour la première fois par Buscheguennceen 1925) : si la fonction d'utilité peut être représentée par une fonction quadratique homogène, alors l'indice idéal de Fisher est « exact » (1925), c'est-à-dire qu'il coïncide avec l'indice théorique sous-jacent défini plus haut. Bien qu'intéressant, ce résultat ne justifie pas un usage généralisé de l'indice idéal, parce que sa validité repose sur l'hypothèse que la fonction d'utilité sous-jacente revêt une forme particulière (et pas très vraisemblable) parmi une infinité de formes possibles. On peut obtenir des indices « exacts » pour quelques autres fonctions d'utilité sous-jacentes, mais chacun constitue un cas particulier qui ne permet pas de généralisation.

Il n'en reste pas moins que, durant la dernière décennie, Diewert a réalisé d'importants progrès théoriques en introduisant le concept d'indice « superlatif ». L'idée est de ne plus recenser les cas particuliers, mais de chercher une base réelle de généralisation en utilisant des formes fonctionnelles « flexibles ». Une forme fonctionnelle flexible est un forme de fonction « qui permet d'obtenir une approximation d'ordre deux d'une fonction d'agrégation homogène du premier degré continuement différentiable jusqu'au deuxième ordre, arbitrairement choisie» (1981, p. 185). La classe des fonctions d'agrégation homogènes du premier degré recouvre un large éventail de fonctions d'utilité (ou de production) possibles, et l'objectif de Diewert est d'identifier les fonctions spécifiques qui donneront de bonnes approximations locales de toute fonction de la classe sans avoir à connaître, ou à estimer, les paramètres de cette dernière. Une fois identifiée une forme fonctionnelle flexible, on peut préciser l'indice théorique qui lui est associé, lequel donnera à son tour une bonne approximation d'une série d'autres indices théoriques possibles. Diewert qualifie un indice de ((superlatif» s'il est « exact» pour une quelconque forme fonctionnelle flexible.

Diewert note que la fonction quadratique homogène utilisée par Busche-guennce était en fait un exemple de forme fonctionnelle flexible (1981, p. 185). Par conséquent, il conclut que l'indice idéal de Fisher n'est pas seulement « exact » dans un cas particulier mais on peut supposer qu'il fournit une bonne approximation d'une série d'autres indices théoriques. Il n'est donc pas seulement idéal mais aussi « superlatif ».

Cependant, la fonction quadratique homogène n'est pas le seul cas de forme fonctionnelle flexible. On en a un autre exemple avec la fonction translogarithrnique homogène introduite par Christensen, Jorgenson et Lau à propos de la mesure de la productivité (1971). La fonction translog homogène donne aussi une approximation d'ordre deux d'une fonction d'agrégation homogène du premier degré continuement différentiable jusqu'au deuxième ordre, arbitrairement choisie. L'indice théorique correspondant à cette fonction est l'indice dit de Tornqvist (qui, par parenthèses, avait également été envisagé comme un indice possible par Fisher). L'indice de prix de Tornqvist (ou translog), T, se définit comme suit :

$$P_T = \prod_i \left(\frac{p_{it}}{p_{io}}\right)^{\frac{1}{2}} (s_{io} + s_{it}) \qquad (4)$$

où $s_{it}$ et $s_{i0}$ représentent la part du produit *i* dans les dépenses totales aux dates *t* et O respectivement. Cet indice est un exemple de ce qu'on pourrait appeler un indice ((symétrique», à savoir un indice qui attache la même importance aux prix et aux quantités dans les deux situations. L'indice de Fisher est un autre exemple d'indice symétrique.

On a jusqu'ici donné deux exemples de formes fonctionnelles flexibles et l'un et l'autre se révèlent être des cas particuliers d'une forme fonctionnelle flexible plus générale, à savoir une fonction d'agrégation sous forme d'une moyenne quadratique d'ordre *r* définie par :

$$M_r = \left(\sum_i \sum_j a_{ij} p_i^{\frac{r}{2}} p_j^{\frac{r}{2}}\right)^{\frac{1}{r}} \quad (r \neq 0) \qquad (5)$$

Lorsque $r = 2$, on obtient la fonction quadratique moyenne utilisée par Busche-guennce, tandis que la fonction d'agrégation translog homogène est le cas limite de la fonction lorsque r tend vers zéro (1981, p. 189). Il existe donc une famille complète de formes fonctionnelles flexibles possibles, suivant les valeurs attribuées à r. Associées à ces formes fonctionnelles, il existe une famille d'indices de prix définis par :

$$P_r = \left\{\sum_i s_{i0} \left(\frac{p_{it}}{p_{i0}}\right)^{\frac{r}{2}}\right\}^{\frac{1}{r}} \left\{\sum_j s_{jt} \left(\frac{p_{jt}}{p_{j0}}\right)^{\frac{-r}{2}}\right\}^{\frac{-1}{r}} \qquad (6)$$

Lorsque $r = 2$, on obtient l'indice idéal de Fisher.

Etant donné la multiplicité des indices superlatifs possibles correspondant à différentes valeurs de *r,* on est obligé de se demander quelle formule de calcul d'indice utiliser en pratique. Selon Diewert, il semble que cela n'ait pas une très grande importance, car ils donneront tous la même réponse à un niveau très élevé d'approximation, au moins pour des séries chronologiques ((normales» (1981, p. 189 et 1983, p. 186). il est certain que les deux indices superlatifs spécifiques examinés ci-dessus, à savoir ceux de Fisher et de Tornqvist (ou translog), tendront à donner des résultats analogues dans la pratique car l'un et l'autre sont essentiellement des moyennes de rapports de prix qui traitent les quantités, ou dépenses, de façon symétrique dans les deux situations.

Il y a cependant un autre facteur à prendre en considération parce que les formes fonctionnelles flexibles dans (5) impliquent toutes des préférences homothétiques, excepté dans le cas-limite de la fonction translog. Qui plus est, il faut se souvenir que l'hypothèse d'homothétie, au moins pour les préférences, est généralement considérée comme irréaliste. Ainsi, l'indice idéal de Fisher a beau pouvoir être également superlatif, sa validité théorique n'en repose pas moins sur une hypothèse restrictive irréaliste. C'est pourquoi Diewert semble finalement porter son choix sur l'indice de Tornqvist (1983, p. 187), bien que toujours attiré par l'indice de Fisher (pour d'autres raisons). Toutefois, ces conclusions sont quelque peu paradoxales puisque, bien que l'indice de Tornqvist, ou translog, n'exige pas des préférences homothétiques alors que c'est le cas de l'indice de Fisher, l'un et l'autre sont des indices symétriques qui semblent tendre en pratique vers des résultats analogues, comme on vient de le noter. Les résultats empiriques obtenus par Hansen et Lucas (1984, pp. 32-33) confirment l'idée que les deux indices se comportent généralement de manière très semblable.

Diewert milite également en faveur de l'utilisation d'indices-chaînes, soulignant que les indices de Laspeyres, de Paasche et tous les indices superlatifs seront d'autant plus voisins, et donneront donc une valeur d'autant plus approchée de l'indice théorique sous-jacent, que l'intervalle considéré sera court.

On peut dire en conclusion générale de ce très rapide survol des travaux consacrés aux indices théoriques économiques que l'on observe depuis une dizaine d'années un regain d'intérêt pour ces questions, après la parution en 1974 de l'article majeur de Samuelson et Swamy dans l'*American Economic* Review. Le mouvement s'est poursuivi avec une succession d'importantes contributions de Diewert et d'autres ; les flambées d'inflation qui ont marqué les années 70 y sont sans doute aussi pour quelque chose. De plus, on a assisté à une explosion de la recherche sur les parités internationales de pouvoir d'achat, qui a contribué à dévoiler au grand jour certains problèmes classiques associés au calcul d'indices. L'un des résultats qui semblent émerger de ces travaux, notamment de ceux de Diewert, est la réassertion de l'intérêt des propriétés de certains indices Symétriques, tels que l'indice de Fisher et l'indice plus obscur de Tornqvist, tous deux « superlatifs ». Les progrès théoriques réalisés ne tiennent pas tant à l'introduction de nouveaux indices se référant à de nouvelles fonctions d'agrégation, mais plutôt à la découverte du fait que certaines catégories de fonctions sont flexibles, c'est-à-dire qu'elles donnent une bonne approximation d'une série d'autres fonctions. L'écueil, c'est qu'un grand nombre des conclusions spécifiques ou des résultats solides obtenus dépendent toujours de l'irréaliste hypothèse d'homothétie des fonctions d'agrégation, encore que l'introduction de la fonction d'agrégation translog permette de prendre des distances vis-à-vis de cette condition. C'est à Samuelson et Swamy que nous donnerons le dernier mot sur le sujet :

> « L'expérience empirique prouve abondamment que l'hypothèse chimérique d'homothétie au regard des goûts et du changement technique est tout a fait irréaliste. Ne nous laissons donc pas troubler par l'élégance et la richesse indéniables de la théorie homothétique. Mais ne faisons pas non plus un mauvais parti au théoricien honnête qui nous fait mettre le doigt sur cette vérité incontournable : dans les situations non homothétiques de la vie réelle, on ne peut compter pouvoir procéder aux mesures naïves qu'appelle toujours de ses vœux un sens commun mal informé ...« (1974, p. 592).

## II. INDICES-CHAINES

Qu'ils se situent dans l'optique axiomatique ou économique, les théoriciens des indices semblent accorder une place croissante aux indices-chaînes. On en sait pourtant étonnamment peu sur les propriétés et le comportement de ces indices, à part un ou deux cas particuliers dont le plus connu est celui où les prix reviennent à leur niveau initial.

A tout le moins, il est nécessaire d'en apprendre davantage sur le comportement comparé des indices-chaînes de Laspeyres et de Paasche et de leurs homologues (indices de Laspeyres et de Paasche) calculés directement. Selon certains, l'enchaînement tendrait à réduire la fourchette entre les indices de Laspeyres et de Paasche et l'on trouve des études de cas à l'appui de ce point de vue. Cependant, d'après d'autres études, l'enchaînement n'aurait pas nécessairement pour effet de réduire cet écart et pourrait même l'accroître ; C'est-à-dire que l'indice-chaîne de Laspeyres pourrait être supérieur, et l'indice-chaîne de Paasche inférieur, à leurs homologues directs. C'est un point sur lequel l'opinion des experts est partagée. La conclusion la plus circonspecte est celle de R.G.D. Allen, pour qui « rien n'indique qu'un indice-chaîne de Laspeyres est susceptible de dériver au-delà de l'indice direct Correspondant, pas plus que de corriger une éventuelle propension de l'indice direct à s'emballer. Des recherches empiriques sont nécessaires ...« (1975, p. 188). Il ne fait guère de doute que l'incertitude, voire la confusion, qui entoure les propriétés des indices en chaîne contribue a en décourager l'usage.

Comme les indices-chaînes dépendent du cheminement des prix et des quantités durant la période considérée, il paraît évident dès le départ que !'on ne peut avancer sur ce point que si l'on a quelques informations, ou si l'on fait quelques hypothèses, sur la facon dont les prix et les quantités évoluent durant la période en question. Dans un article récent (1983), Boldan Szulc a abordé directement le problème en examinant deux cas diamétralement opposés. Dans le premier cas, les prix et les quantités tendent a évoluer sans à-coups dans la même direction générale durant toute la période couverte. Autrement dit, la configuration des rapports de prix en début de période se transforme progressivement jusqu'en fin de période, sans grandes perturbations dans l'intervalle. Dans ce cas, Szulc démontre que l'inâice-chaîne de Laspeyres se situera juste au-dessous, et l'indice-chaîne de Paaschejuste au-dessus, de leurs homologues directs, de sorte que l'enchaînement aura tendance a réduire, dans des proportions parfois importantes, la fourchette entre les indices de Laspeyres et de Paasche. Le cas contraire est évidemment celui ***où*** les prix et quantités relatifs tendent à fluctuer. En d'autres termes, certains produits commencent par devenir relativement bon marché avant de redevenir relativement chers en fin de période. Szulc parie alors de « rebondissements» (1983, p. 579) des prix relatifs, la variation étant d'abord positive, puis négative (ou l'inverse). Quand l'effet de « rebondissement» est prédominant, Szulc démontre que I'indice-chaîne de Laspeyres sera généralement supérieur, et celui de Paasche inférieur, à l'indice direct correspondant ; cela signifie que l'écart entre les indices sera accentué par l'enchaînement. Si certains prix évoluent en douceur tandis que d'autres rebondissent, les indices-chaînes peuvent ne pas s'écarter sensiblement de leurs homologues directs. Les démonstrations de Szulc s'appuient sur l'hypothèse classique de corrélation négative entre prix relatifs et quantités relatives, c'est-à-dire que l'on observe les réactions des agents aux mouvements de prix relatifs des produits qu'ils achètent. C'est évidemment ce phénomène qui est, au départ, responsable de l'écart entre les indices de Laspeyres et de Paasche.

Dans ce contexte, il est intéressant de revenir sur le cas hypothétique où les prix en fin de période sont proportionnels à ceux du début de période, c'est-à-dire que les prix ***relatifs*** retrouvent, après quelques perturbations, leur structure initiale. Par exemple, les prix des produits saisonniers peuvent se comporter à peu près de cette facon sur une période de douze mois. Tout mouvement initial de prix doit s'inverser par la suite si les prix relatifs doivent retrouver leur structure de départ, de sorte que les « rebondissements» sont forcément prédominants et que, selon Szulc, l'indice-chaîne de Laspeyres excèdera son homologue direct. La répétition de ce cycle sur plusieurs périodes successives entraînera l'indice-chaîne de Laspeyres de plus en plus loin de l'indice direct.

Etant donné l'attention portée à ce cas et l'importance accordée à la condition de proportionnalité dans l'approche axiomatique de la théorie des indices, il peut être intéressant d'approfondir le sujet. Soit une comparaison entre deux périodes de temps non consécutives, O et $t$, *où* le prix de chaque produit à la date $t$ est un multiple du prix à la date O, à savoir $p_{it} = \lambda\, p_{i0}$. Les indices directs de prix de Laspeyres et de Paasche de $t$ par rapport à O doivent être égaux à $\lambda$ ; de fait, compte tenu de l'axiome de proportionnalité, tout indice de prix acceptable devrait, selon Eichhorn et Voeller, avoir la même valeur. Introduisons maintenant un chaînon à la date k entre O et $t$, avec $0 < k < t$. L'indice-chaîne de prix de Laspeyres liant les dates O et $t$ par l'intermédiaire de k est :

$$\frac{\Sigma p_k q_0}{\Sigma p_0 q_0} \cdot \frac{\Sigma p_t q_k}{\Sigma p_k q_k} = \lambda \left\{ \frac{\Sigma p_k q_0}{\Sigma p_0 q_0} \Big/ \frac{\Sigma p_k q_k}{\Sigma p_0 q_k} \right\} \qquad (7)$$

avec $p_{it} = \lambda\, p_{i0}$

L'expression entre parenthèses représente le rapport entre les indices de prix de Laspeyres et de Paasche de k par rapport à O. Ainsi, le quotient de l'indice-chaîne de Laspeyres par l'indice de Laspeyres direct de la date $t$ par rapport à O est égal au quotient de l'indice de Laspeyres par l'indice de Paasche de la date intermédiaire k par rapport à la base O. Comme le rapport entre les indices de Laspeyres et de Paasche augmente avec la covariance des rapports de prix et de quantités, comme Bortkiewicz (1925) a été le premier à le démontrer, il s'ensuit que l'écart entre l'indice-chaîne de Laspeyres et son homologue direct entre O et t s'accroît avec la covariance des rapports de prix et de quantités entre la date **0** et la date intermédiaire k. Cette covariance traduit dans quelle mesure la structure des prix relatifs à la date intermédiaire k diffère de celle des dates O et $t$. Autrement dit, l'écart entre l'indice-chaîne de Laspeyres et l'indice direct correspondant s'accroît dans la mesure *où* le passage de **0** à $t$ via $k$ implique un détour (au sens économique du terme).

Bien sûr, la morale à tirer de cet exemple est qu'on ne doit pas, dans ces circonstances, utiliser d'indice-chaîne. Quand deux situations sont très similaires, ou identiques, d'un point de vue économique, on doit les comparer directement, et non pas indirectement par l'intermédiaire d'un maillon recouvrant une situation qui s'écarte sensiblement des deux autres. Cela n'aurait pas de sens, par exemple, d'utiliser l'Inde comme maillon intermédiaire dans une comparaison en chaîne entre la France et l'Allemagne, ou encore d'utiliser 1980 comme année-relais entre 1987 et 1988.

On peut donc d'ores et déjà aboutir à certaines conclusions liminaires sur l'opportunité d'utiiiser ou non des indices-chaînes :

*i)* On ne doit pas utiliser d'indice-chaîne quand les deux situations considérées sont semblables d'un point de vue économique et que l'enchaînement fait intervenir le passage par une situation éloignée des deux autres. Par similitude, on entend ici essentiellement la ressemblance entre les structures de prix ***relatifs*** dans les deux situations.

*ii)* Inversement, on *doit* utiliser un indice-chaîne lorsque les deux situations comparées sont très dissemblables et que l'on peut réaliser un enchaînement au travers d'une situation intermédiaire entre les deux autres. L'idéal serait une situation intermédiaire où la structure des prix relatifs correspondrait en gros à une quelconque moyenne des prix relatifs des deux situations considérées. Dans ces conditions, l'enchaînement tendra à réduire de façon sensible l'écart entre les indices de Laspeyres et de Paasche ; c'est un point sur lequel nous reviendrons plus en détail par la suite.

On peut renforcer ces conclusions en adoptant une autre ligne d'argumentation. Dans le monde réel, le principal problème auquel se heurtent les statisticiens n'est pas celui du choix entre les diverses formules de calcul d'indices, mais plutôt la difficulté pratique liée au fait que de nombreux produits ne se trouveront que dans l'une des deux Situations considérées. Bien que les vecteurs de quantités soient complètement définis âans les deux situations (avec des éléments qui sont soient positifs soient nuls), les vecteurs de prix sont Incomplets car les prix manquent pour certains produits dans l'une ou l'autre des deux situations. Il n'est donc pas possible de calculer des rapports de prix pour les produits en question. De plus, il serait tout à fait impraticable d'envisager d'estimer des prix fictifs sur une grande échelle, surtout dans la mesure où les produits concernés sont généralement atypiques. Dans le contexte de séries chronologiques, il s'agit souvent de produits anciens qui disparaissent pour cause d'obsolescence ou d'épuisement des approvisionnements, ou de produits nouveaux nés du progrès technologique.

La théorie des indices est fâcheusement réticente sur cette question, nombre de théorèmes reposant sur l'hypothèse tacite, et tout à fait irréaliste, que l'on dispose de données de prix et de quantités pour tous les produits dans les deux situations considérées. En d'autres termes, la théorie se réfère la plupart du temps à des vecteurs de prix et de quantités dont les éléments sont supposés strictement positifs dans les deux situations. Les conséquences de l'abandon d'une telle hypothèse sont d'une grande portée, comme un simple exemple suffit à l'illustrer. Soit deux situations **A** et B telles que les prix des produits que l'on trouve effectivement dans les deux cas sont identiques, mais où l'on trouve dans **B** des produits supplémentaires qui n'existent pas dans **A.** Premièrement, on notera que, dans un cas de ce genre, un axiome comme celui de proportionnalité perd une grande part de son sens puisque il est impossible, par définition, que tous les prix de **A** soient proportionnels à ceux de B alors que ces derniers n'existent pas tous dans **A.** ***En pratique,*** tout indice de prix calculé entre **A** et B devra généralement se limiter aux produits rencontrés dans les deux situations de sorte que, dans les conditions posées au départ, l'indice tendra vers un. Toutefois, étant donné que l'éventail des choix de consommation est plus large dans B que dans A, l'indice théorique économique en B par rapport à A devrait être inférieur à un. Dans la mesure où les consommateurs profitent effectivement des nouveaux produits présents dans B mais non dans A, ils devraient « en avoir plus pour leur argent » en B qu'en A avec un revenu nominal inchangé. Cela signifie que l'indice calculé sur la base des seuls produits présents dans les deux situations tend à surestimer l'indice théorique sous-jacent en B par rapport a A. D'une façon générale, on peut conclure que, dans le monde réel, les indices de prix qui sont forcément restreints aux produits présents dans les deux situations ne permettent pas de mettre en évidence l'amélioration du bien-être associée a un élargissement des choix de consommation. Les avantages liés a l'introduction de produits nouveaux ne sont généralement pas pris en compte dans les indices de prix au moment où ces produits font leur première apparition.

C'est pour cette raison que de nombreux statisticiens et autres responsables sont persuadés que les indices de prix en vigueur sont généralement affectés d'une surestimation systématique, parce qu'ils ne tiennent pas compte de tous les avantages apportés par le progrès technologique et l'introduction de produits nouveaux ou (en utilisant une terminologie différente pour exprimer la même idée) l'amélioration des « qualités » ou des « modèles » des produits existants.

Bien sûr, le raisonnement est inverse dans le cas de la disparition de produits entraînant une réduction des possibilités de choix des consommateurs. Qui plus est, les produits ne disparaissent pas toujours parce qu'ils sont devenus obsolètes ; il se peut aussi qu'ils disparaissent parce que tel ou tel de leurs composants vient à manquer. Quant à savoir si l'arrivée de produits nouveaux fait plus que compenser la perte des anciens, c'est une question d'opinion ; toutefois, la majorité semble se rallier à l'idée que l'élargissement du choix dû aux innovations joue à cet égard un rôle prédominant, de sorte que, globalement, les indices de prix existants seraient plutôt affectés d'un biais par excès par comparaison avec les indices théoriques économiques correspondants.

Le fait que certains produits disparaissent progressivement pour être remplacés par d'autres a une incidence directe sur la question de l'utilisation ou de la non-utilisation des indices-chaînes. Quand l'éventail des produits se modifie continuellement, il s'ensuit que le nombre des produits dont les prix peuvent être comparés directement s'amenuise à mesure que l'intervalle entre les périodes s'allonge. En d'autres termes, la proportion du montant total des dépenses aux deux périodes qui peut effectivement être couverte par des comparaisons directes de prix diminue progressivement à mesure que l'écart entre les deux périodes augmente. Si donc on insiste pour comparer directement deux périodes éloignées – disons, d'un quart ou d'un demi-siècle – on doit accepter le fait que les rapports de prix ne pourront probablement être calculés que pour une part tout à fait réduite du montant total des dépenses aux deux périodes. Dans ces conditions, la couverture des rapports de prix peut devenir médiocre au point de compromettre la validité, ou l'utilité, d'une comparaison directe (tout à fait indépendamment du fait que l'écart entre les indices de Laspeyres et de Paasche pour les produits effectivement inclus dans les calculs sera généralement très large lui aussi).

En revanche, si l'on emploie un indice-chaîne, la quantité d'informations exploitables sera beaucoup plus importante. Lorsque l'on compare deux périodes consécutives, l'intersection entre les deux ensembles de produits a toutes les chances d'être la plus large possible. En général, il est clair que pour calculer chaque maillon d'un indice-chaîne, on peut utiliser presque toutes les données de prix disponibles aux deux périodes, le problème posé par l'apparition et la disparition des produits se trouvant ainsi réduit au minimum. Cela s'applique a chacun des maillons de la chaîne, y compris le premier et le dernier, de sorte que la quantité d'informations effectivement utilisée pour les deux périodes extrêmes sera beaucoup plus importante que si on tente de les comparer directement.

Selon les conclusions formulées plus haut à propos du comportement des indices-chaînes de Laspeyres et de Paasche, l'enchaînement est souhaitable lorsque les structures des prix relatifs aux deux périodes sont très différentes l'une de l'autre et quand les prix et quantités évoluent de façon assez uniforme, sans trop de fluctuations des niveaux relatifs dans l'intervalle entre les deux périodes. Dans ces conditions, l'enchaînement permettra de réduire sensiblement l'écart entre les indices de Laspeyres et de Paasche par comparaison avec leurs homologues directs. Evidemment, les cas où les structures des prix relatifs ont tendance à être très différentes sont aussi ceux où les deux périodes sont très distantes l'une de l'autre. Or, dans ces Conditions, non seulement les structures des prix relatifs des produits présents aux deux périodes tendant a diverger, mais la couverture des rapports de prix devient généralement très médiocre, voire insuffisante, parce qu'un grand nombre de produits n'apparaît que soit a l'une soit à l'autre des deux périodes. Les arguments précédents en faveur des indices-chaînes se trouvent donc renforcés par le fait que l'enchaînement permet d'exploiter une beaucoup plus grande quantité des données de prix disponibles. Quand chaque maillon de la chaîne relie deux périodes consécutives, la plupart des produits sont présents dans les deux périodes, et la couverture des rapports de prix est donc toujours très élevée.

La conclusion générale que i'on peut tirer de cette analyse est que s'il y a conflit entre comparaisons directe et indirecte, c'est souvent la seconde qu'il faut préférer. Il s'ensuit que la comparaison directe ne doit pas être élevée au rang de norme ou de critère d'évaluation des autres types de mesures. La comparaison directe n'est pas toujours la meilleure solution, même si c'est ce qui tend à ressortir, au moins implicitement, de certains ouvrages consacrés a la question.

## A. Indices-chaînes lissés

Nous nous intéresserons ici à un nouveau type d'indice. Comme on l'a vu plus haut, Szulc a récemment démontré que si les prix et les quantités évoluent sans trop d'à-coups, un indice-chaîne de Laspeyres sera généralement inférieur à l'indice direct correspondant, et inversement pour un indice de Paasche, d'où une réduction de l'écart entre les indices. Il est donc intéressant d'explorer le cas-limite où les évolutions des prix et des quantités sont aussi lisses que possible, c'est-à-dire quand chaque prix et chaque quantité croît ou décroît de façon exponentielle sur toute la période couverte.

Considérons deux périodes, O et *t*, non consécutives. Pour chaque produit, on peut calculer des taux de variation $r_i$ et $s_i$ satisfaisant aux équations suivantes :

$$p_{it} = p_{i0}\,(1 + r_i)^t \tag{7}$$

et

$$q_{it} = q_{i0}\,(1 + s_i)^t \tag{8}$$

En utilisant ces deux équations pour interpoler entre O et *t*, on peut ainsi établir la série complète des prix et des quantités, ce qui permet de calculer divers types d'indices-chaînes. Ces indices seront appelés « indices-chaînes lissés» puisque tous les prix et quantités ont une croissance sans heurts.

Pour comprendre les propriétés de ces indices, il est commode de commencer par étudier le cas d'un indice-chaîne de Laspeyres avec un seul maillon intermédiaire, c'est-à-dire où $t = 2$. Dans ce cas, l'indice-chaîne lissé de Laspeyres prend la forme suivante :

$$\frac{\Sigma \left\{ \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}} (p_0\,q_0) \right\}}{\Sigma\,(p_0\,q_0)} \qquad \frac{\Sigma \left\{ \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{1}{2}} (p_0\,q_0)^{\frac{1}{2}} (p_2\,q_2)^{\frac{1}{2}} \right\}}{\Sigma \left\{ (p_0\,q_0)^{\frac{1}{2}}\,(p_2\,q_2)^{\frac{1}{2}} \right\}} \tag{9}$$

Pour simplifier, supposons en outre que tous les produits ont des élasticités égales à un, de sorte que la structure des dépenses ne varie pas entre O et *t*, et simplifions la notation en posant :

$$x_i = \frac{p_{i2}}{p_{i0}} \quad \text{et} \quad w_i = (p_{i0}) \Big/ \Sigma\,(p_{i0}\,q_{i0}) \tag{10}$$

L'indice-chaîne de Laspeyres devient alors simplement

$$\left\{ \Sigma\,(x_i)^{\frac{1}{2}}\,w_i \right\}^2$$

et la question revient alors à comparer cet indice à l'indice de Laspeyres direct, à savoir $\Sigma\ (x_i w_i)$.

Sans en réduire la portée générale, on peut aussi passer des indices pondérés aux indices non pondérés, en gardant à l'esprit que ces derniers peuvent contenir des observations multiples de la même valeur. On n'a plus alors qu'à comparer

$$\left\{ \Sigma_i \ \frac{(x_i)}{n}^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \quad \text{et} \quad \Sigma \frac{x_i}{n} \tag{11}$$

Un simple calcul algébrique montre que la première expression sera inférieure à la seconde (en supposant que tous les x ne sont pas égaux entre eux), l'écart allant en augmentant avec la variance des $x$. Ainsi, l'indice-chaîne lissé de Laspeyres sera inférieur à son homologue direct.

Il est utile de donner ici un exemple numérique simple afin de mettre en évidence les ordres de grandeur correspondants. Les données du tableau suivant ont été choisies avec des élasticités égales à un.

| $p_0$ | $q_0$ | $p_t$ | $q_t$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 | 2 |
| 2 | 4 | 3 | 8/3 |
| 3 | 4 | 3 | 4 |

L'indice des prix de la date $t$ par rapport a la date **0** calculé de façon directe par la formule de Laspeyres est égal à **133.22,** l'indice de Paasche est de 124.14 et celui de Fisher de **128.65.** En supposant que $t = 2$ et en introduisant un maillon intérmédiaire à la date 1, la valeur de chacun des indices intermédiaires est égale a 114.4 et leur produit, soit l'indice-chaîne de Laspeyres lissé, est égal a **130.86.** Ainsi, avec l'introduction d'un seul maillon. l'indice de Laspeyres passe de **133.33** a **130.86.**

Il est clair que l'introduction de maillons supplémentaires aboutirait à une nouvelle réduction de l'indice-chaîne lissé. Par exemple, si $t = 4$, la formule

$$\left\{ \Sigma \left( \frac{x_i}{n} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^2 \text{ est remplacée par } \left\{ \Sigma \left( \frac{x_i}{n} \right)^{\frac{1}{4}} \right\}^4$$

et l'indice-chaîne de Laspeyres lissé tombe à **129.66.** A la limite, la valeur de

$$\left\{ \Sigma \left( \frac{x_i}{n} \right)^{\frac{1}{t}} \right\}^t$$

quand $t \to \infty$ est ici égale à 128.48 (c'est-à-dire juste un peu moins que l'indice de Fisher direct).

L'abandon de l'hypothèse des élasticités égales a un ne modifie pas les conclusions générales. D'abord, il convient de donner la formule générale des indices-chaînes de Laspeyres lissés, a savoir :

$$\prod_{k=0}^{k=t-1} \left[ \frac{\Sigma \left\{ \left(\frac{p_t}{p_0}\right)^{\frac{1}{t}} (p_0 q_0)^{\frac{t-k}{t}} (p_t q_t)^{\frac{k}{t}} \right\}}{\Sigma \left\{ (p_0 q_0)^{\frac{t-k}{t}} (p_t q_t)^{\frac{k}{t}} \right\}} \right] \quad (12)$$

pour $t$ maillons intermédiaires.

Bien que les rapports de prix individuels restent constants d'un maillon à l'autre, les pondérations des dépenses évoluent progressivement entre la date 0 et la date $t$. Les valeurs des maillons successifs d'un indice-chaîne de Laspeyres lissé ne sont donc pas constantes : lorsque la demande est essentiellement inélastique, de sorte qu'une hausse de prix relatif va de pair avec un accroissement de la part des dépenses, les valeurs des indices intermédiaires tendent à augmenter en allant de $0$ vers $t$ ; inversement, lorsque la demande est essentiellement élastique, les indices intermédiaires tendent à diminuer. On notera aussi que plus l'élasticité est grande, plus la corrélation négative sera étroite entre les rapports de prix et de quantités et donc plus l'écart sera grand entre les indices de Laspeyres et de Paasche directs à la date $t$. C'est dans ce type de circonstances que les indices-chaînes lisses auront tendance à s'écarter nettement de leurs homologues directs.

Les indices-chaînes de Pâasche lissés se comportent à l'inverse de ceux de Laspeyres. L'indice-chaîne de Paasche lissé doit généralement être supérieur à son homologue direct, de sorte que l'écart entre les indices-chaînes de Laspeyres et de Paasche lissés sera généralement beaucoup plus étroit que l'écart entre les indices directs correspondants. En outre, on peut considérer que plus le nombre des maillons est élevé, plus les indices de Laspeyres et de Paasche tendent à converger. A la limite, quand tous les prix et quantités varient de façon continue et exponentielle et que l'enchaînement se fait de facon continue, les indices-chaînes de Laspeyres et de Paasche lissés coïncident et il ne reste plus qu'un seul indice, à savoir l'indice de Divisia, et le problème classique des indices disparaît. En outre, contrairement aux véritables indices de Divisia, que l'on ne peut pas calculer parce qu'ils dépendent des cheminements chronologiques, non connus, des différents prix et quantités, la valeur numérique d'un indice lissé de Divisia non seulement peut être calculée, mais peut l'être simplement à partir des données de prix et de quantités aux dates 0 et $t$. C'est un indice opérationnel.

La valeur de l'indice de Divisia lissé dans notre exemple numérique est de 128.48, à comparer avec les 128.65 de l'indice de Fisher et 128.49 de celui de

Tornqvist. Etant donné que l'indice de Divisia lissé traite les prix et quantités aux dates *0* et *t* de facon symétrique, il n'est guère surprenant que sa valeur se révèle être très proche de celle d'autres indices symétriques comme ceux de Fisher et de Tornqvist, qui sont aussi des indices superlatifs au sens de Diewert.

Sur un plan général, on peut conclure de l'exposé qui précède, ainsi que des travaux de Szulc, que l'enchaînement tend à réduire au minimum le problème classique des indices en réduisant de facon sensible l'écart entre les différents indices, à condition que les prix et quantités évoluent de facon assez unie ou régulière et que les enchaînements soient fréquents.

En prenant la question sous un autre angle, on notera que lorsque les différents prix et quantités continuent à varier de façon systématique, les variations cumulées sur plusieurs périodes ont pour effet global de faire dériver les vecteurs de prix et quantités relatifs de plus en plus loin de leur état initial. Dans ces Conditions, !es comparaisons directes avec la période de base deviennent progressivement plus difficiles à mettre en œuvre et à interpréter, alors que l'enchaînement entre des périodes consécutives donne des résultats beaucoup plus solides sur le plan statistique et beaucoup moins sensibles au choix de la formule de calcul de l'indice. En revanche, si les mouvements des prix et des quantités ne présentent pas de tendance sous-jacente, les écarts entre les vecteurs-prix et -quantités de périodes très distantes ne seraient pas particulièrement plus grands que pour des périodes plus rapprochées et l'enchaînement n'aurait plus de raison d'être. Néanmoins, dans la pratique, les prix et les quantités ont bien tendance à varier de facon systématique sous l'effet d'une évolution irréversible des conditions de l'offre et de la demande, si bien que l'enchaînement sera généralement préférable.

## B. L'utilisation effective des indices-chaiines

Compte tenu des avantages des indices-chaînes, notamment pour la mesure des mouvements à court terme, on est quelque peu surpris de découvrir que l'usage en est encore très limité dans les instituts de statistiques. Par exemple, d'après une récente enquête du Bureau International du Travail, le BIT (1987), seuls huit des **161** indices des prix à la consommation calculés dans **161** pays sont des indices-chaînes. La méthode de loin la plus couramment utilisée est celle des séries chronologiques d'indices de Laspeyres à base fixe (qui, dans certains cas, n'a pas été mise à jour depuis au moins vingt ans). Parmi les pays de l'OCDE, la formule la plus courante est un indice de Laspeyres avec base 100 en **1980,** encore que quatre pays Membres, la France, la Norvège, le Royaume-Uni et la Suède, utilisent pour leur part un indice-chaîne à enchaînements annuels.

Plusieurs raisons expliquent cette relative sous-utilisation des indices-chaînes. L'une d'entre elles est sans doute que l'on connaît encore mal leurs propriétés et leur comportement. Beaucoup plus important est cependant le fait que ces indices sont plus coûteux à mettre en œuvre parce qu'ils exigent des données à la fois de prix et de quantités à toutes les périodes, alors qu'un indice de prix de Laspeyres à pondération fixe ne nécessite d'informations sur les quantités, ou les dépenses, que pour la période de base. Il faut aussi prendre en compte le fait que la collecte de statistiques de prix et de quantités prend plus de temps et peut entraîner un retard important dans la publication de l'indice. C'est pour cette raison que les quantités ou dépenses utilisés pour la pondération des indices des prix à la consommation par les pays qui calculent effectivement des indices-chaînes sont généralement des estimations à partir de l'année $t-1$, ou $t-2$, ou peut-être une moyenne des deux, plutôt que les poids effectifs de l'année $t$, que l'on ne peut évidemment pas connaître.

On notera aussi que de nombreux pays dont les indices sont officiellement décrits comme des indices de Laspeyres à pondération fixe utilisent en fait subrepticement une certaine forme d'enchaînement. Dans une catégorie de dépenses donnée, il est de pratique courante, du moins dans la plupart des pays de l'OCDE, de remplacer certains articles par d'autres pour l'établissement des prix, parce que certains produits, ou marques, disparaissent du marché et que d'autres viennent prendre leur place. Autrement dit, les mouvements de prix de deux produits différents peuvent être raccordés de façon à donner une série continue sur la longue période, sans changer le poids de la catégorie de dépenses à laquelle appartient la série raccordée.

Ce procédé permet donc de profiter de certains des avantages pratiques de l'enchaînement puisque l'ensemble des biens et services dont on collecte effectivement les prix est progressivement modifié à mesure de l'évolution des conditions du marché. Toutefois, comme les poids affectés à chaque catégorie de dépenses restent fixes, même au niveau le plus détaillé, les indices résultants sont toujours décrits comme des indices de Laspeyres a pondération fixe même si les articles dont les mouvements de prix sont synthétisés pour aboutir à un indice global ne restent pas fixes pendant toute la durée de vie de l'indice.

En matière de comptabilité nationale, les pays de l'OCDE calculent généralement des indices de volume de Laspeyres à pondération fixe, avec des années de base variables selon les pays, les déflateurs, ou indices de prix implicites, ou dérivés, correspondants étant du type Paasche. L'intérêt des indices de volume de Laspeyres dans les comptes nationaux est qu'on peut les transformer en séries chronologiques de valeurs représentant les quantités d'une période chiffrées aux prix de l'année de base. Ces données sont très commodes pour la construction de modèles économétriques ou autres travaux analytiques parce qu'elles obéissent aux même règles comptables que les données aux prix courants et peuvent donc faire l'objet de manipulations algébriques pour obtenir des séries dérivées, notamment des résidus comme la valeur ajoutée à prix constants.

Cependant, les indices-chaînes ne peuvent être transformés de la même manière, car ils ne sont pas « additivement cohérents ». Ils ne peuvent être convertis en séries à prix constants parce que, par définition, les prix qui entrent dans un indice de volume à enchaînement annuel varient d'une année sur l'autre. Si l'on convertit mécaniquement en valeurs les indices-chaînes se rapportant a un ensemble d'agrégats connexes dans un cadre comptable en les multipliant par les valeurs des mêmes agrégats l'année de base, on constate que le total des chiffres convertis ne correspond pas à la somme des composantes. Ils ne respectent pas les règles liées aux contraintes arithmétiques ou comptables. Le fait que les indices-chaînes ne soient pas « additivement cohérents » est un net désavantage lorsque l'on travaille avec un ensemble de variables interdépendantes au sein d'un cadre comptable général ou d'un modèle économétrique, et c'est là une autre raison à la popularité toujours grande des indices à pondération fixe. Néanmoins, comme on l'a déjà dit plus haut, il y a un prix à payer pour la commodité de travailler sur de longues séries chronologiques en prix constants. Les variations d'une année sur l'autre, qui sont souvent le principal centre d'intérêt de ces séries, ne sont pas des mesures idéales des mouvements annuels puisqu'ils contiennent un détour implicite par l'année de base. Qui plus est, les variations d'une année sur l'autre des déflateurs correspondants ne mériteraient même pas l'appellation d'indice dans l'optique axiomatique.

## RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Les mesures de l'inflation et de la croissance économique reposent sur des indices. Comme il existe plusieurs formules d'indices différentes et couramment utilisées, chacune avec des résultats numériques différents, on a toujours a choisir parmi un éventail de taux d'inflation ou de croissance. Il ne saurait y avoir de mesure unique qui soit incontestablement supérieure à toutes les autres en toutes circonstances, de sorte que l'on ne devrait pas attacher trop d'importance à la valeur précise de tel ou tel indice à moins de bien en connaître les propriétés, et les limites. De même, on ne devrait pas porter trop d'attention aux petits écarts de taux d'inflation ou de croissance d'un pays à l'autre car ils peuvent être, au moins en partie, imputables a des différences dans les méthodes de mesure. Dans la mesure où les responsables des politiques économiques s'intéressent avant tout au rythme auquel l'inflation ou la croissance s'accélère ou se ralentit à l'intérieur d'un même pays, la situation est moins gênante, parce que les différences de taux de variation d'un indice donné entre des périodes successives peuvent être mesurées de façon raisonnablement fiable même si l'indice lui-même est biaisé, pourvu que le biais reste cohérent au fil du temps. Le problème est de connaître le moment où l'on a atteint un niveau donné de taux de variation, par exemple une inflation nulle.

Notre propos était ici de poser un regard nouveau sur la théorie et la pratique des indices à la lumière des divers progrès réalisés au cours des dix ou quinze dernières années. Les résultats ne sont pas très rassurants car les indices les plus usités se révèlent n'être, d'un point de vue théorique, que des pis-allers plutôt obsolètes.

On peut tirer deux grandes conclusions de la littérature théorique récente consacrée à ces questions. La première est que l'on doit généralement préférer les indices qui utilisent les données de prix et de quantités des deux périodes de façon symétrique. Parmi ces indices, ceux de Fisher et de Tornqvist se détachent du lot, parce que leur utilisation peut être justifiée théoriquement dans un large éventail de situations par référence à des fonctions d'agrégation sous-jacentes. Dans ce contexte, le principal progrès réalisé ces dernières années a été l'introduction par Diewert du concept ((d'indice superlatif » qui est un indice ((exact» reposant sur une fonction d'agrégation sous-jacente de forme flexible et donc susceptible de donner une bonne approximation d'une large fourchette d'autres fonctions sous-jacentes possibles. Les indices de Fisher et de Tornqvist sont tous deux des indices superlatifs.

La seconde conclusion est que les indices-chaînes sont généralement préférables aux indices à pondération fixe. L'un des avantages de l'enchaînement est qu'il tend à réduire l'écart entre les valeurs enregistrées par les divers indices, et notamment les formules de Laspeyres et de Paasche, sous réserve que l'évolution des différents prix et quantités ne soient pas trop erratique ou fluctuante. Autrement dit, l'enchaînement permettra généralement de réduire au minimum le problème classique des indices en Ôtant de son importance numérique au choix de la formule de calcul de sorte que l'utilisation d'indices qui ne sont, d'un point de vue théorique, que des pis-allers devienne un peu plus acceptable. Une autre raison de préférer les indices-chaînes est qu'ils permettent une exploitation aussi extensive que possible des données de prix et de quantités disponibles parce que le chevauchement de deux ensembles de produits est à son maximum lorsque les deux périodes sont consécutives. Les problèmes sans doute ies plus importants rencontrés dans la pratique du calcul d'indices sont liés à la manière de traiter l'évolution qualitative des biens et services au cours du temps et de rendre compte des avantages découlant de l'introduction de nouveaux produits, or l'enchaînement peut permettre de minimiser ces problèmes.

Dans la pratique, la plupart des indices de prix et de volume publiés dans les statistiques économiques et utilisés pour les besoins de l'analyse et de la formulation des politiques économiques ne sont ni des indices symétriques ni des indices-chaînes. A bon entendeur...

## BIBLIOGRAPHIE

Allen, R.G.D. (1975), « Index Numbers in Theory and Practice », MacMillan, Londres.

Bortkiewicz, L. (1924), « Zweck und Structur einer Preisindexzahl», Nordic Statistical Journal.

Bureau International du Travail (1987). Sources et méthodes statistiques, Volume *I, Indices* des prix à la consommation, deuxième édition, BIT, Genève.

Buschegnennce, S.S. (1925), « Sur une classe des hypersurfaces : a propos de 'l'index-idéal' de M. Irving Fischer», Recueil mathématique, Moscou.

Christensen, L.R., D.W. Jorgenson et L.J. Lau, (1971), « Conjugate duality and the transcendental logarithrnic production function », Econometrica, vol. 39, pp. 255-6.

Deaton, A. (dir. publ.) (1981), *Essays* in the Theory and *Measurement* of Consumer Behaviour in Honour of Sir Richard Stone, Cambridge University Press.

Diewert, W.E. (1983), « The theory of the cost-of-living index and the measurernent of welfare change», in Diewert, W.E. et C. Montmarquette (1983), op. cit., pp. 163-233 (résumé en francais).

Diewert, W.E. (1981), « The economic theory of index numbers: a survey », in Deaton, op. cit, pp. 163-208.

Diewert W.E. et C. Montmarquette (dir. publ.) (1983), Price Level Measurement / La mesure du niveau des prix, actes du colloque tenu sous l'égide de Statistique Canada, Ottawa.

Divisia, F. (1925), « L'indice monétaire et la théorie de la monnaie», Revue d'économie politique, vol. 39.

Eichhorn W. et J. Voeller (1983), « Axiomatic foundation of price indexes and purchasing power parities», in Diewert, W.E. et C. Montmarquette (1983), op. cit., pp. 411-50 (résumé en francais).

Fisher F.M. et K. Shell (1972), The Economic Theory of Price Indexes, New York, Academic Press.

Fisher, I (1922), The *Making* of Index Numbers, Houghton-Miffin, Boston.

Forsyth F. et R. Fowler (1981), « The theory and practice of chain price index numbers », The Journal of the Royal *Statistical* Society, série A, vol. 144, partie 2.

Griliches, Z. (1971), *Price Indexes and Quality* Change: *Studies* in New *Methods of Measurement*, Cambridge, Mass.

Hacker, G. (1979), « Theorie der wirtschaftlichen Kennzahl», Dissertation, Karlsruhe.

Hansen B. et E.F. Lucas, (1984), « On the accuracy of index nurnbers», The Review of *Income* and *Wealth* (mars), pp. 25-38.

Karrnel, P.H., « The relations between chained indexes of input gross output and net output)), Journal of the Royal Statistical Society, série A, vol. 117, partie IV, pp. 441-58.

Konus, A.A. (1924), « The problern of the true index of the cost of living)), traduit dans Econometrica 7, 1939, pp. 10-29.

Kravis. I.B., H. Heston et R. Sumrners (1982). World Product and Income: international *Comparisons* of Real *Gross* Product, publié pour la Banque Mondiale par Johns Hopkins University Press, Baltimore et Londres.

Krtscha, M. (1979), «Über Preisindices und deren axiomatische Characterisierung», Dissertation, Karlsruhe.

Lancaster, K. (1966), «A new approach to consumer theory», Journal of *Political Economy* (avril), pp. 132-57.

Pollak, R.A. (1971), «The theory of the cost of living index)), U.S. Bureau of Labor Statistics Working Paper No. 11, reproduit dans Diewert, W.E. et C. Montmarquette (1983), op. *cit.*, pp. 87-161 (résumé en français).

Samuelson P.A. et S. Swamy (1974), ((invariant economic index numbers and canonical duality: Survey and synthesis», *American Economic Heview* (septembre), pp. 566-93.

Szulc, B.J. (1983), «Enchaînement des indices de prix», dans Diewert, W.E. et C. Montmarquette (1983). op. cit., pp. 567-98.

Tornqvist, L. (1936), «The Bank of Finland's consumption price index)), The Bank of *Finland Monthly* Bulletin 10, pp. 1-8.